

流體力學實驗

淡江大學機械工程學系

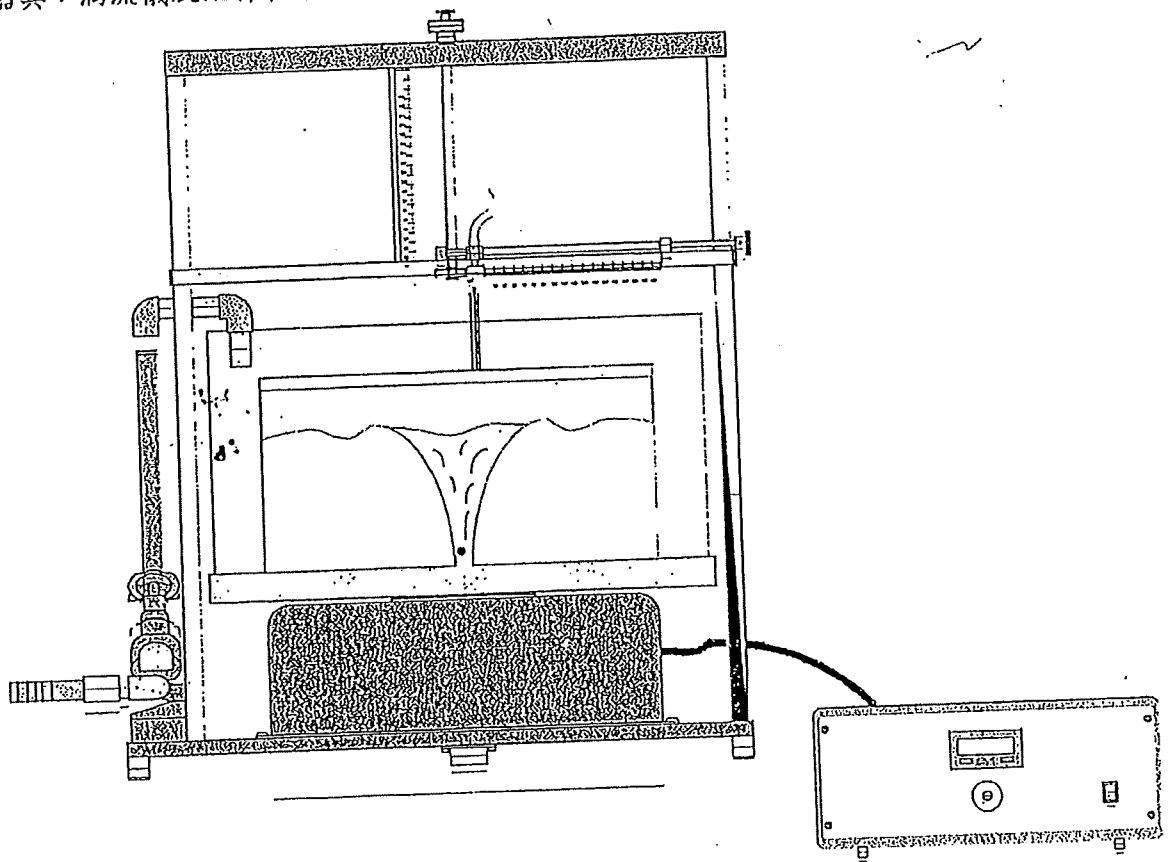
渦流實驗

第一部份：強制渦流實驗(Forced vortex)

一、 實驗目的：

觀測強制渦流水面線(surface profile)藉以了解等勢能線(equal potential line)的觀念；並比較自由渦流與強制渦流，體會可旋性流(rotational flow)與非旋性流(irrotational flow)的不同。

器具：渦流儀及配件、水力台、馬錶，如圖所示。



二、 實驗原理

在定量流、非可壓縮流場下，假設 r 、 z 方向之速度為0，且軸對稱 ($\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$) 僅有 v 的 θ 分量且只是徑向 r 的函數，繞著 z 軸旋轉，其Navier-Stokes 方程式之圓柱座標方向上可表示為可得強制渦流水面線方程式

$$h = h_0 + \frac{\omega^2 r^2}{2g}$$

PS：當開啟水力台馬達後，不要完全關住入流閘門，以免馬達過熱當機。

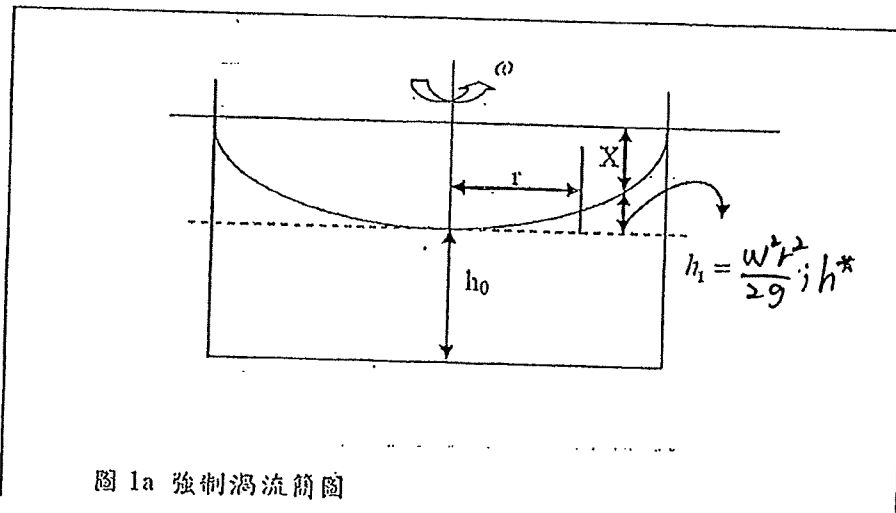


圖 1a 強制渦流簡圖

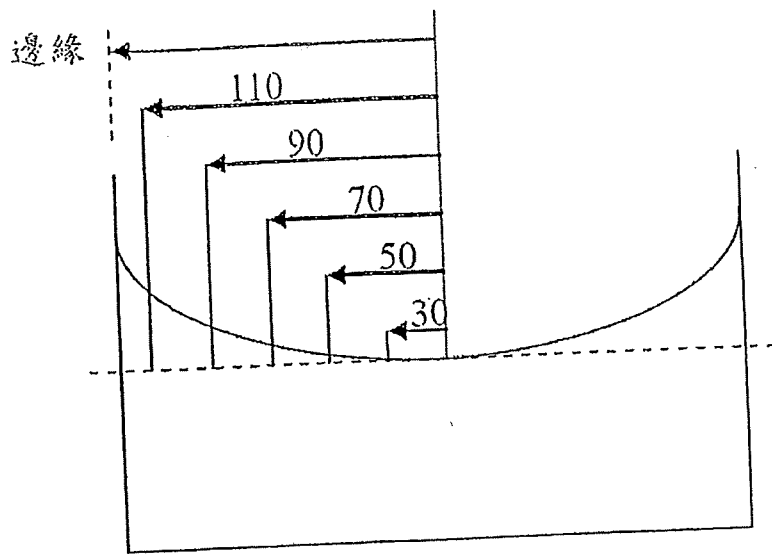


圖 1b 測量位置簡圖

三、 實驗步驟

1. 檢查尺規配件是否齊全，包括探測針固定架一組、可移動探測針、皮託管探測針、止水栓、渦流馬達啟動器。
2. 將止水板至於水力循環槽底，並注意洩水孔堵塞管是否脫落(尺寸小於0.5cm)。
3. 出水管置於水力循環槽內，注水至9~11CM深度，啟動渦流馬達並轉小轉速。
4. 利用水平儀調整渦流儀器之水平，並將探測針固定架以及探測針布置妥當。
5. 調整渦流馬達轉速後，固定其轉速。
6. 利用探測針量測水流剖面線，並測定強制渦流之紀錄於表1。
7. 重複步驟4~6。

五、 問題與討論：

1. 計算 X 、 h^* 、 Δh 值，與理論值 H 、 h_1 、 $H-h_1$ 點繪其結果成圖表，並作比較。

6. 試舉例自然現象中那些為強制渦流。

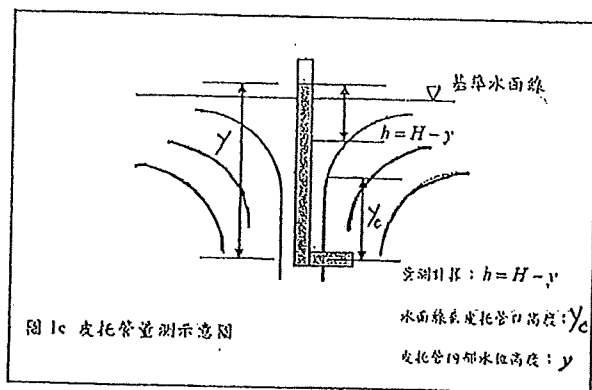
7. 說明理論部分做了哪些假設，以及實驗與理論相異之處。

第二部份：自由渦流實驗 (Free Vortex)

一、實驗目的。

觀測自由渦流水面線及總能量頭之分佈，並與強制渦流比較，觀察飛旋性流與可旋性流不同。

二、實驗原理



在定量流、非可壓縮流場下，假設 r 、 z 方向之速度為0，且軸對稱 $(\frac{\partial}{\partial \theta} = 0$

僅有 v 的 θ 分量且只是徑向 r 的函數，繞著 z 軸旋轉，其Navier-Stokes方程式之圓柱座標方向上可表示為可得自由渦流水面線方程式

$$h = h_0 - \frac{B^2}{2gr^2}$$

※ B 值的物理意義：環流量 (circulation) 可用以表示渦流的強度，定義如下：

$$\Gamma = \oint \vec{v} \cdot d\vec{s}$$

其中，

Γ 為環流量

\vec{v} 為和封閉曲線相切的速度分量

$d\vec{s}$ 為沿封閉曲線之位置向量

選擇以渦流中心，半徑為 r 的圓來決定環流量，此時

$$ds = r d\theta, \vec{v} = v \vec{e}_\theta$$

因此

$$B = \frac{\Gamma}{2\pi}$$

三、實驗步驟

1. 檢查尺規配件是否齊全，包括探測針固定架一組、可移動探測針、皮託管探測針、止水栓、渦流馬達啟動器。
2. 將出水孔板至於水力循環槽底，並注意洩水孔堵塞管是否脫落(尺寸小於0.5cm)。
3. 出水管置於水力循環槽內，注水至10cm。
4. 利用水平儀調整渦流儀器之水平，並將探測針固定架以及探測針布置妥當。
5. 水渦流產生即開始量測。
6. 出水孔板有3種尺寸，重複3~5步驟。

四、實驗表格

表4

皮託管進水口位置至渦流水面線位置高度： y_c

皮託管內部水位高度： y

總能量頭差值： $H = y_c + \frac{u_c^2}{2g}$

皮託管半徑位置： r

實驗計算值： $h = H - y$

總能量頭計算值： h_t

內圓半徑： $r_c = 0.15m$ 環向速率： $u_c = \omega r_c$ (不可旋轉過快)

總能量頭計算值： $h_t = -B_r / 2gr^2$ (23) · $B_r = u_c \cdot r_c$ (24) ·

定水頭高度(旋轉槽底部至內環水位線)： 皮託管進水口位置固定高度：

出水板 尺寸	y_c	y	z $= y_c + \frac{u_c^2}{2g}$	r	h $= H - y$

表5

出水板 尺寸	y_c	y	\mathcal{H} $= y_c + \frac{u_c^2}{2g}$	r	h $= H - y$

表6

出水板 尺寸	y_c	y	\mathcal{H} $= y_c + \frac{u_c^2}{2g}$	r	h $= H - y$

五、 問題討論

第二部份：自由渦流實驗 (Free Vortex)

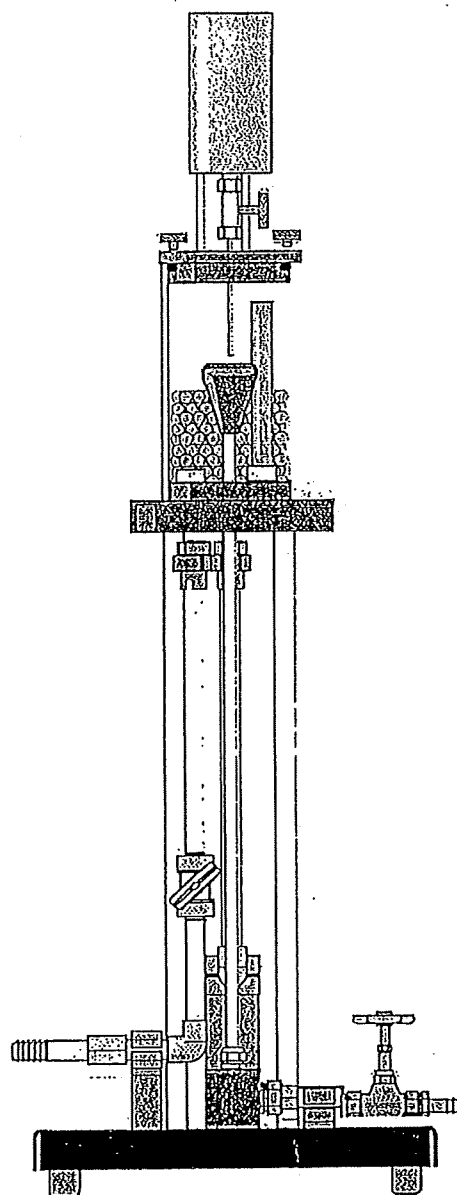
1. 試討論自由渦流與強制渦流之異同。
2. 請討論不同半徑之孔口栓結果有何不同，為什麼？
4. 自由渦流是否有等勢能線？
5. 試舉例自然現象中那些為自由渦流。
6. 說明理論部分做了哪些假設，以及實驗與理論相異之處。

雷諾實驗

一、實驗目的：

了解層流與紊流的定義，學習判斷流體流動形態。流場中流體運動時，當速度低時，流體運動緩慢平穩的如層流 (Laminar Flow) 般，當速度逐漸增加時流場產生紊亂的渦流 (Eddies)，而使層流的結構破壞形成所謂混合現象，而逐漸變成紊流 (Turbulent Flow)。利用雷諾數 (Reynold number) 確定此實驗的數據。

二、實驗設備



Instruction Manual

在管路之問題中,流體之流動常受到各種力量之影響,如壓力、重力、黏滯力、彈性力、表面張力等,其中與流動狀態關係最大的為黏滯力,即由真實流體所具有之黏性而產生之力,使得流體之流動現象呈現兩種差異性較大的分類:層流與紊流,此二者之區別可由慣性力與黏滯力之比值顯現出來。定義一無因式參數:雷諾數為慣性力與黏滯力之比值

$$Re = \frac{\rho \bar{u} D}{\mu} = \frac{\bar{u} D}{\nu} = \frac{4Q}{\nu \pi D}$$

可作為判斷管流流動之狀態是否為層流或紊流。

D : 管內直徑, [m]

\bar{u} : 平均速度, [m/s]

ρ : 密度, [kg/m³]

μ : 黏度, [kg/m · s 或 Pa · s]

ν = viscosity of the medium [m²/s,]

water: $\nu = 1 \cdot 10^{-6}$ [m²/s]

Re < 2300

Re < 2300 means laminar flow

Re > 2300 means turbulent flow

問題討論

1. 雷諾數的公式、意義
2. 玻璃珠的目的
3. 管徑大小
4. 實驗步驟

第四章 衝力實驗

一、實驗目的

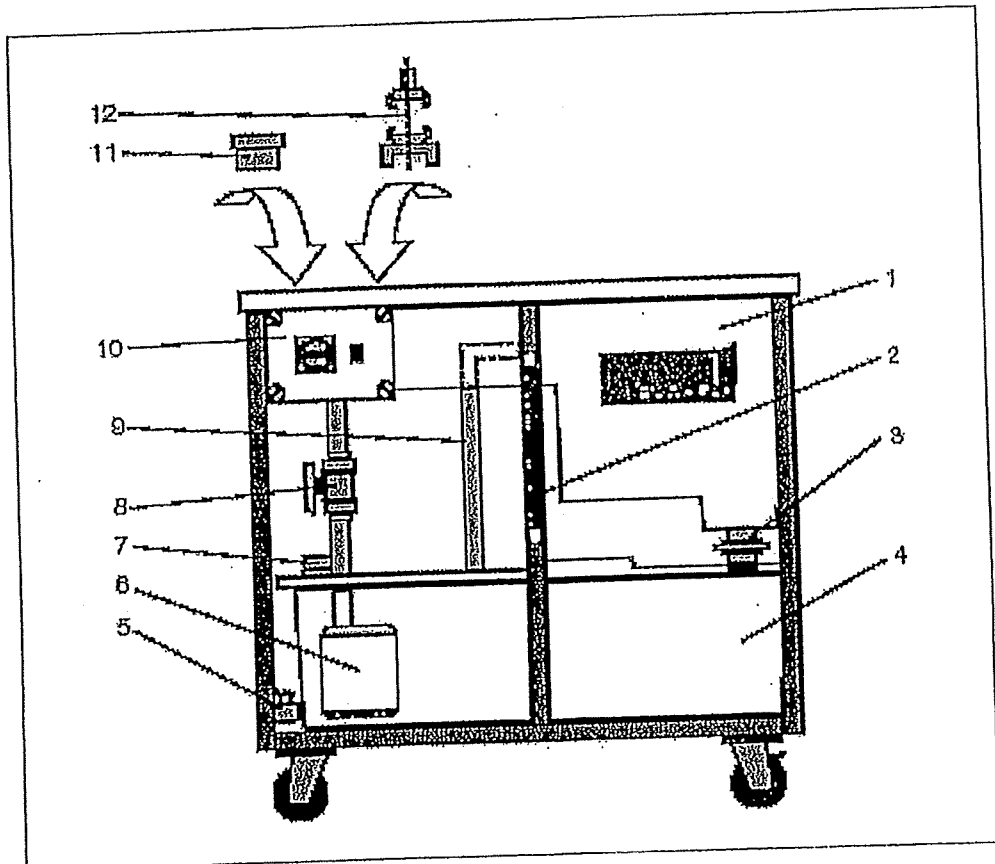
了解流體流動時，其動量變化與其承受力間之關係。使流體流經噴嘴後之噴射流直接衝擊在擋板上，以測量衝擊力，並和噴嘴所產生之衝量變化比較，即驗證動量方程式，觀察能量損失之存在。並了解在噴流作用下，其衝擊力及流量、擋板形狀之關係。

二、實驗設備

本實驗設備係由圖一水力桌及圖二噴射水衝擊裝置配合使用，包括：

(一) 水力桌

- | | |
|--------------|---------------|
| 1 附水道的體積測量水箱 | 2 遠端觀測計量器 |
| 3 滑動的閘門 | 4 儲水箱 |
| 5 排水栓 | 6 沉水馬達驅動抽水機 |
| 7 給水附件含抽水機 | 8 流量控制閥 |
| 9 溢出管 | 10 配電箱 |
| 11 排水蓋 | 12 附件給水連接無抽水機 |



(二) 衝擊試驗台

單元基本組成：

裝載重物 [1]

控制桿裝置 [2]

變流裝置 [3]

噴嘴 [4]

有機玻璃水箱 [5]

排水口 [6]

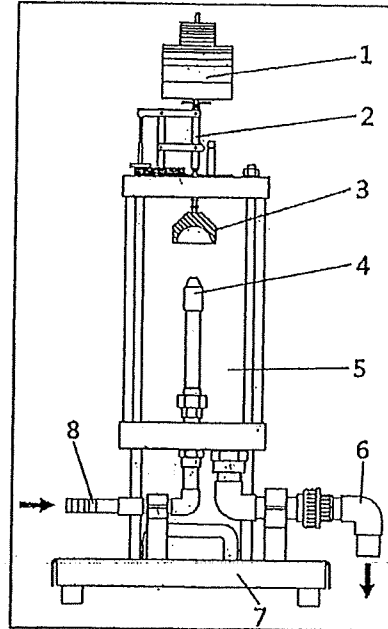
基座盤 [7]

進水口 [8]

不同的變流裝置可適合於位置 [3]

平板、半球體

傾斜板、圓錐體



三、實驗原理

動量方程式係由牛頓第二運動定律推導得到的，牛頓第二定律可表示為

$$\bar{F} = \frac{d\bar{p}}{dt} = \frac{dm\bar{V}}{dt}$$

式中， \bar{F} ：作用於系統上之合力，N。

\bar{p} ：動量，N/s。

m ：流體質量，kg。

\bar{V} ：流體速度，m/s。

應用系統和控制體積間之關係式，即上式可表為

$$\bar{F} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \bar{V} \rho dV + \int_{CS} \bar{V} (\rho \bar{V} \cdot d\bar{A}) \quad (1)$$

上式中，

$\frac{\partial}{\partial t} \int_{CV} \bar{V} \rho dV$ ：控制體積(Control volume, CV)內，動量之變化率。

$\int_{CS} \bar{V} (\rho \bar{V} \cdot d\bar{A})$ ：通過控制表面(Control surface, CS)之淨動量通率。

假設流體為穩定流，則式(1)成為

$$\bar{F} = \int_{CS} \bar{V}(\rho \bar{V} \cdot d\bar{A}) \quad (2)$$

對於直角坐標系 xyz 而言，設流體在 x 方向之流速為 u ，則式(2)在 x 方向之純量分量為

$$F_x = \rho Qu \quad (3)$$

同理，

$$F_y = \rho Qv, F_z = \rho Qw$$

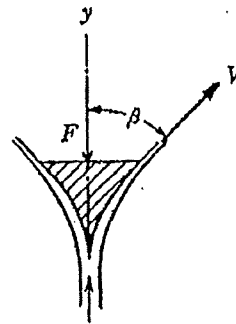
式中， F_x, F_y, F_z ：分別作用於控制體積在 x, y, z 三方向之合力。

u, v, w ：體積在 x, y, z 三方向之速度分量。

Q ：流體流量， m^3/s 。

ρ ：流體密度， kg/m^3 。

如下圖所示，考慮對稱 y 軸的葉片，若一噴射流水柱沿 y 軸以 Q 流量， V_0 之流速衝擊此葉片，並以 β 角的方向及 V 的速度離開。



沿 y 方向系統所受之力 F ，由式(3)可得

$$-F = \rho Q(V \cos \beta - V_0) \quad (4)$$

$$\text{則 } F = \rho Q(V_0 - V \cos \beta)$$

假設：

1. 流體為穩定流。
2. 噴射流撞擊葉片之損失不計。
3. 葉片兩端之高度差與靜壓改變很小，可忽略。
4. 葉片表面極為光滑，流體流經葉片之摩擦損失不計。

第四章 衝力實驗

根據上面之假設，由柏努力方程式可得，流體進入葉片之速度 V_0 等於流體流出葉片之速度 V ，則式(4)成為

$$F = \rho Q V_0 (1 - \cos \beta) \quad (5)$$

流體離開噴嘴口之速度 V_j 為

$$V_j = Q/A_j \quad (6)$$

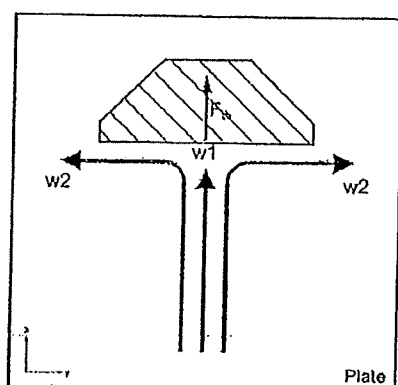
式中， A_j 為噴嘴口截面積，噴嘴口直徑為 10mm。流體衝擊葉片之速度 V_0 可由重力加速度對速度之影響而得

$$V_0^2 = V_j^2 - 2gS$$

$$\text{則 } V_0 = \sqrt{V_j^2 - 2gS} \quad (7)$$

式中， S 為噴嘴口至葉片之距離，m。

1. 平面板

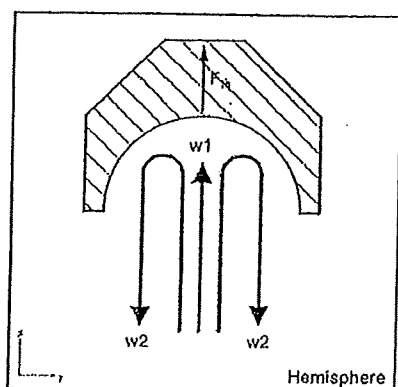


$$F_{th} = Q \cdot \rho \cdot (V_1 - V_2)$$

if $V_2 = 0$ then

$$F_{th} = Q \cdot \rho \cdot V_1$$

2. 半球體

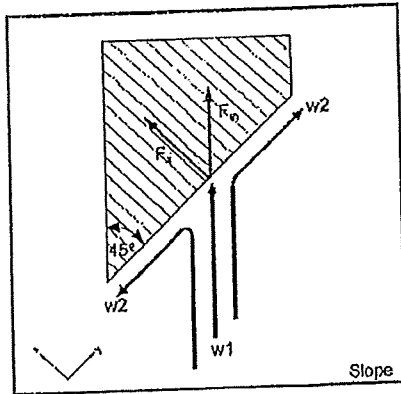


$$F_{th} = Q \cdot \rho \cdot (V_1 - V_2)$$

if $V_2 = -V_1$ then

$$F_{th} = 2 \cdot Q \cdot \rho \cdot V_1$$

3. 傾斜板



$$F_x = \dot{Q} \cdot \rho \cdot V_1 \cdot \cos \alpha$$

$$F_{th} = F_x \cdot \cos \alpha \quad \text{with } \alpha = 45^\circ$$

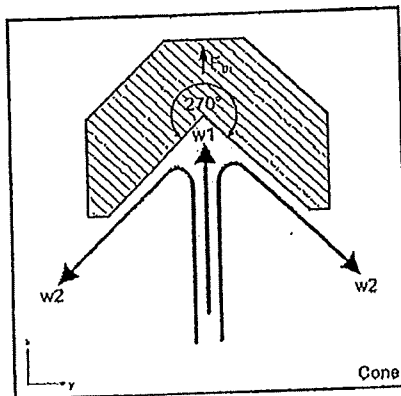
$$F_{th} = \dot{Q} \cdot \rho \cdot V_1 \cdot \cos^2 \alpha$$



Attention!

Please note direction of coordinate axis!

4. 圓錐體



$$F_{th} = \dot{Q} \cdot \rho \cdot (V_1 - V_{2x})$$

$$V_2 = -V_1 \cdot \cos \alpha \quad \text{with } \alpha = 45^\circ$$

$$V_{2x} = V_2 \cdot \cos \alpha$$

$$F_{th} = \dot{Q} \cdot \rho \cdot V_1 \cdot (1 + \cos^2 \alpha)$$

四、實驗步驟

1. 啟動電源
2. 調整上方控制桿至水平。
3. 按下“開啟馬達”按鈕，使噴流沖至變流裝置。
4. 上方放置砝碼，使控制桿再次回復水平後，取下砝碼，加總砝碼對應衝力 F 。
5. 關閉下方大水箱出水口，量測累積 10 公升所需時間。
6. 量測不同流量的數組數據。(平板、半球體、圓錐體 10 組，傾斜板 5 組)
7. 按下“關閉馬達”按鈕。
8. 更換變流裝置，將上方 3 個固定板鬆開，拿起整組控制桿裝置，將變流裝置旋轉取下，更換另一個形狀上去，再將控制桿裝置放回、固定。
9. 重複步驟 2~8。
10. 關閉電源。

五、實驗表格

表一 平面板試驗紀錄

試驗次數	體積 (L)	時間 (s)	流量Q (L/s)	流速 V_1 (m/s)	衝力F (N)	F_{th} (N)
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

表二 半球體試驗紀錄

葉片類型：						
試驗次數	體積 (L)	時間 (s)	流量Q (L/s)	流速 V_1 (m/s)	衝力F (N)	F_{th} (N)
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

表三 傾斜板試驗紀錄

葉片類型：						
試驗次數	體積 (L)	時間 (s)	流量Q (L/s)	流速 V_1 (m/s)	衝力F (N)	F_{th} (N)
1						
2						
3						
4						
5						

表四 圓錐體試驗紀錄

葉片類型：						
試驗次數	體積 (L)	時間 (s)	流量Q (L/s)	流速 V_1 (m/s)	衝力F (N)	F_{th} (N)
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						

六、問題討論

1. 柏努力方程式的要件為何?
2. 由實驗結果，討論擋板形狀對衝擊力之影響。
(衝力大小、能量損失大小等)
3. 由實驗結果，討論流量對衝擊力之影響。

堰口實驗

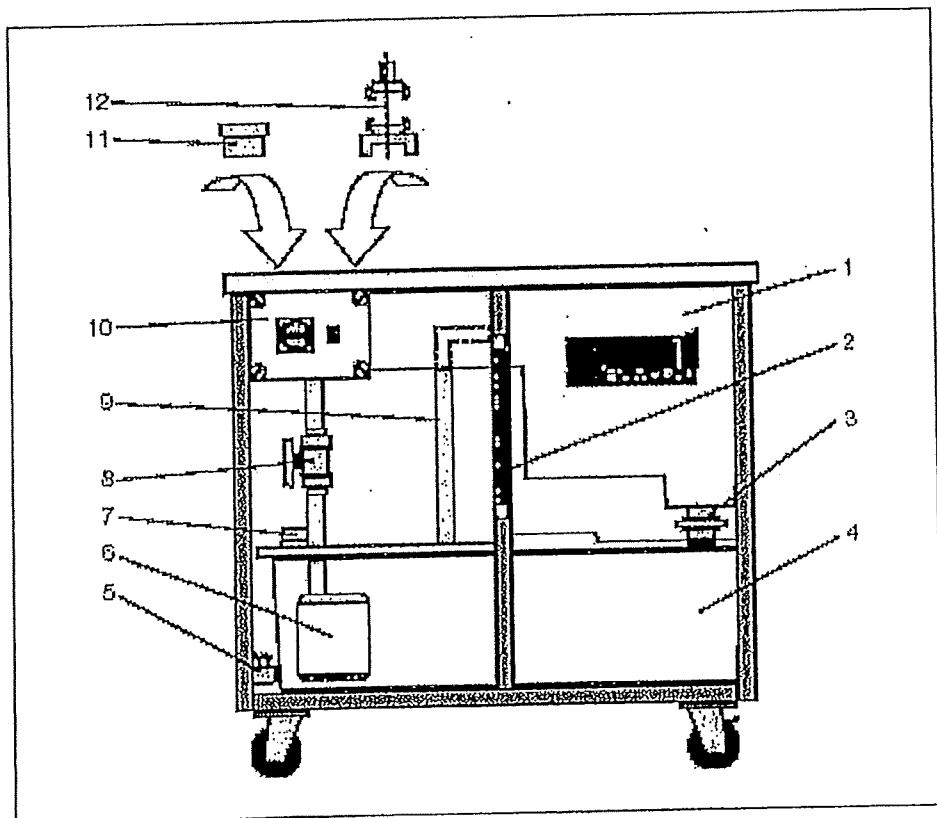
一、實驗目的

1. 計算流量，探討堰口形狀（矩形、三角形／平邊、銳邊）對流量的影響。
2. 比較理論與實際量測流量差異。

二、實驗設備

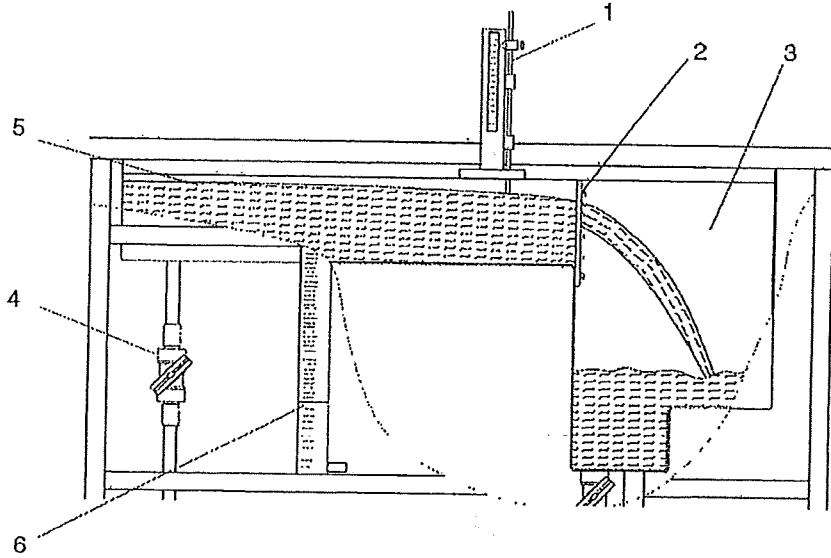
(一) 水力桌

- | | | | |
|----|------------|----|------------|
| 1 | 附水道的體積量測水箱 | 2 | 遠端觀測計量器 |
| 3 | 滑動的閘門 | 4 | 儲水箱 |
| 5 | 排水栓 | 6 | 沉水馬達驅動抽水機 |
| 7 | 給水附件含抽水機 | 8 | 流量控制閥 |
| 9 | 溢出管 | 10 | 配電箱 |
| 11 | 排水蓋 | 12 | 附件給水連接無抽水機 |



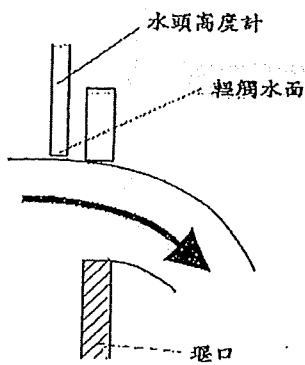
(二) 堰口試驗台

- | | |
|-----------|--------|
| 1 水頭高度量測計 | 2 堰口板 |
| 3 水量量測水箱 | 4 進水水閥 |
| 5 水渠道 | 6 水箱刻度 |



三、實驗原理

(一) 矩形堰口

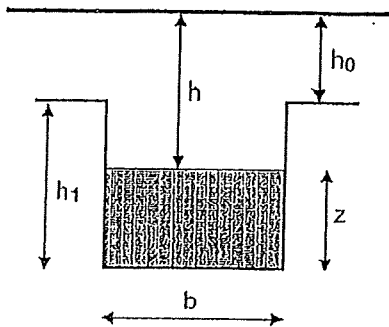


體積流率可由堰口寬 b 及堰水頭 z 導出。
堰口寬 b 為固定值， z 則由水頭高度計測量 h 後可算出。

$$h_0 = 4.7\text{cm}$$

$$h_1 = 5.0\text{cm}$$

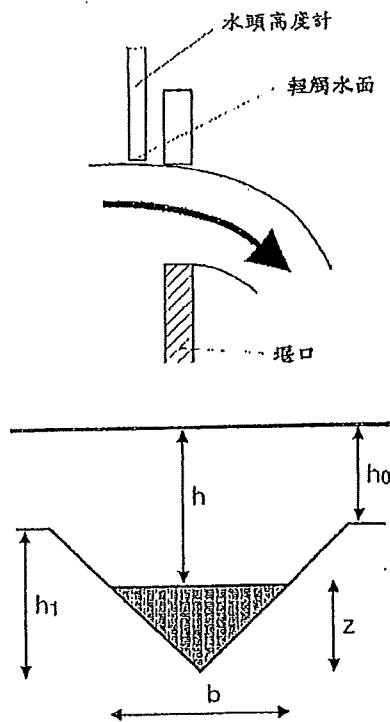
$$z = h_0 + h_1 - h$$



$$Q_{th} = \frac{2}{3} \cdot \mu \cdot b \cdot z \cdot \sqrt{2gz}$$

銳邊 $\mu = 0.63$

(一) 三角形堰口



三角堰口夾角 α 為 90 度。

$$\therefore b = 2z$$

$$h_0 = 4.7\text{cm}$$

$$h_1 = 6.0\text{cm}$$

$$z = h_0 + h_1 - h$$

$$Q_{th} = \frac{8}{15} \cdot \mu \cdot z^2 \cdot \tan \frac{\alpha}{2} \cdot \sqrt{2gz}$$

$$\text{銳邊 } \mu = 0.63$$

四、實驗步驟

1. 裝上堰口板，確認四枚螺絲皆已固定。
2. 打開電源開關。
3. 按下啟動鈕，調整流量，使水進入水渠道。
4. 待水經過堰口板後，水面高度穩定時，量測水頭高度 h 。
5. 關閉水箱出水口，測量累積 10 公升水量所需時間。
6. 每種堰口板紀錄 5 組數據。
7. 按下關閉鈕，更換堰口板。
8. 重複步驟 2~7。
9. 關閉電源，排出水渠道內所有水。

五、問題與討論

1. 本實驗可實際應用於哪些地方？
2. 在同樣水頭高度下，4 種堰口板中，何種體積流率最高？討論其差異原因。
3. 若堰口形狀為不規則形，在應用上會遇到哪些困難？
4. 比較理論的體積流率誰大？
5. 哪些原因造成誤差會很大？

六、實驗數據

堰口類型：					
	1	2	3	4	5
體積(L)					
時間(sec)					
水頭高 h(cm)					
Z(cm)					
理論體積流率 Q_{th} (L/s)					
實際體積流率 Q_u (L/s)					
誤差(%)					

堰口類型：					
	1	2	3	4	5
體積(L)					
時間(sec)					
水頭高 h(cm)					
Z(cm)					
理論體積流率 Q_{th} (L/s)					
實際體積流率 Q_u (L/s)					
誤差(%)					

堰口類型：					
	1	2	3	4	5
體積(L)					
時間(sec)					
水頭高 h(cm)					
Z(cm)					
理論體積流率 Q_{th} (L/s)					
實際體積流率 Q_u (L/s)					
誤差(%)					

堰口類型：					
	1	2	3	4	5
體積(L)					
時間(sec)					
水頭高 h(cm)					
Z(cm)					
理論體積流率 Q_{th} (L/s)					
實際體積流率 Q_u (L/s)					
誤差(%)					

第六章 孔口實驗

一、實驗目的

1. 探討孔口的流量公式，分析實驗數據與理論值的差異。
2. 探討流量係數 C_d 、 C_v 與 C_c 的值是否符合 $C_d=C_v*C_c$ 的關係。
3. 分析不同孔口面積對束縮斷面的影響。

二、實驗設備

(一) 孔口試驗台

- | | |
|----------------------------------|---------|
| 1 蓄水箱 | 3 皮托管 |
| 2 出水孔口板
(孔口直徑 8.14mm / 1.3cm) | 4 水箱壓力計 |
| | 5 出水壓力計 |

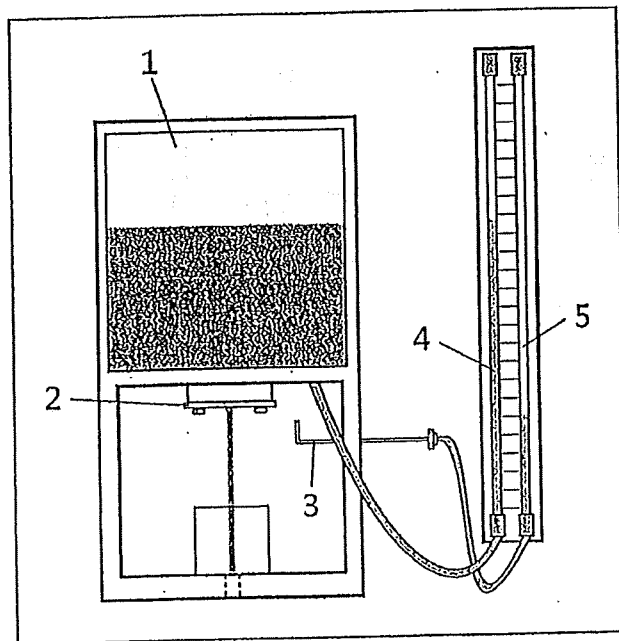


圖 2 (二) 水力試驗台

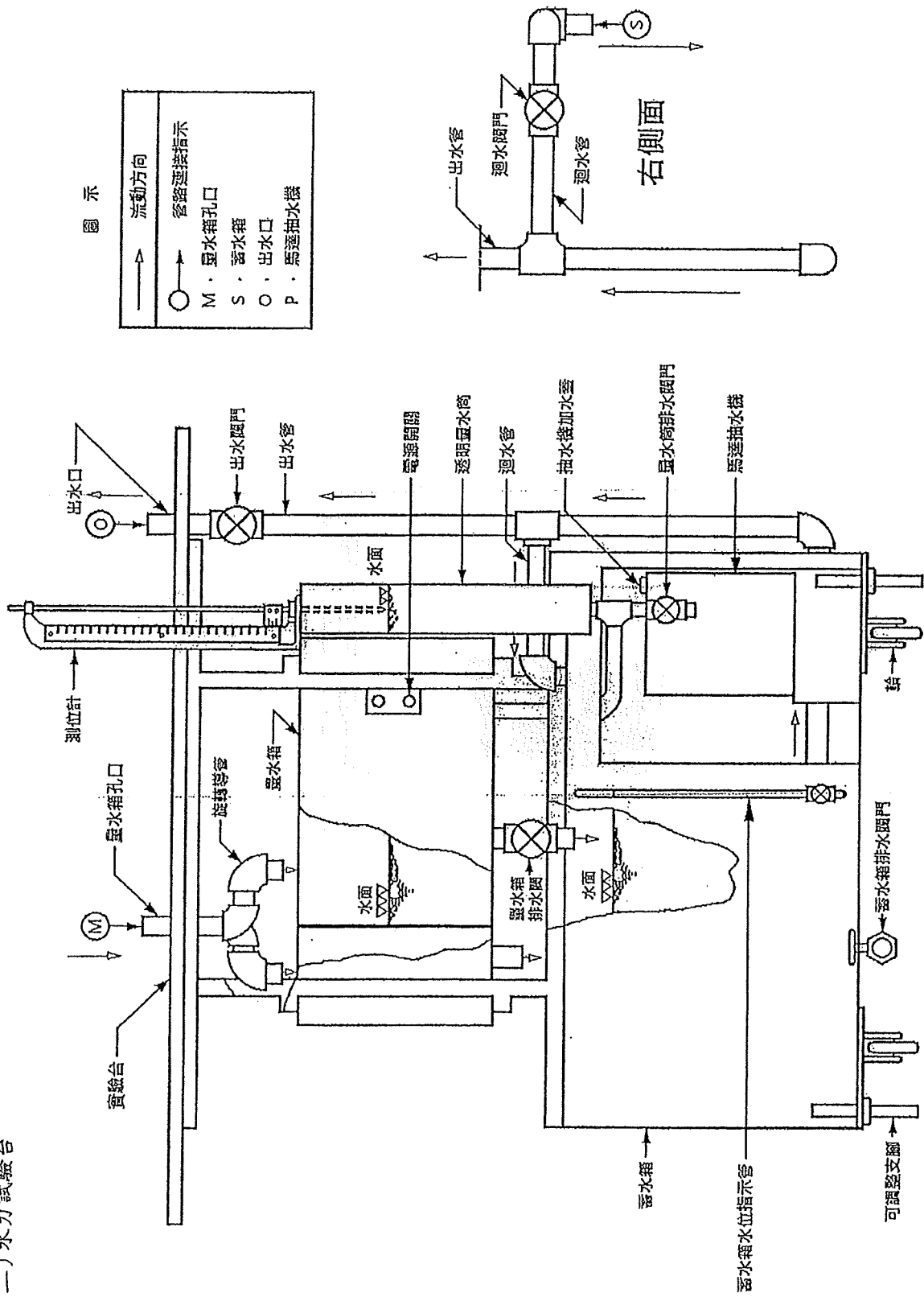
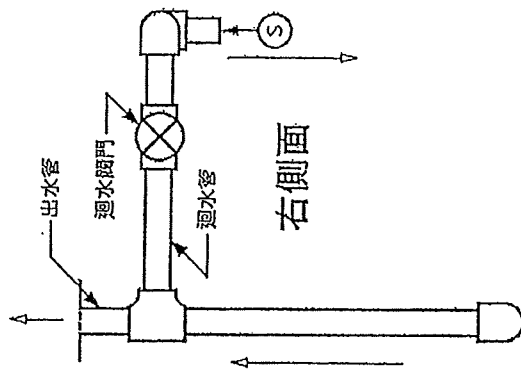


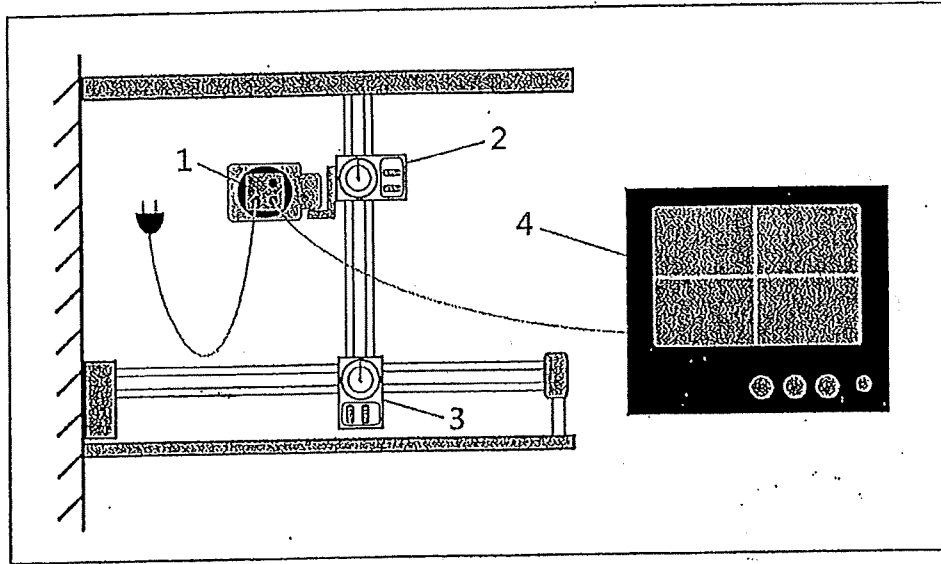
圖 示

流動方向	
↑	管路連接指示
○	M · 量水箱孔口
○	S · 蓄水箱
○	O · 出水口
○	P · 馬達抽水機



(三) 流體觀測鏡

- 1 鏡頭
- 2 Y 軸距離量測計
- 3 X 軸距離量測計
- 4 觀察螢幕



三、實驗原理

流體流經孔口時，實際上所測得的流量比在理想情況下所測得的流量小得多，而理想情況是指能量保持不變。如圖 6-1 的示意圖中，假設圖中的水箱體積相當大，因此在水箱內，水位下降的速度非常緩慢，可略而不計。在孔口的附近，由於流體向孔口中心逐漸增加速度，流線(Stream line)彎曲，自孔口後，噴流的斷面積也漸漸縮小，這種遞減將維持一小段距離，大約等於孔口半徑，則此後的噴流斷面積就不再改變，此處稱為束縮截(斷)面(Venna contrata)。很明顯地在孔口噴流所受的壓力並不等於大氣壓力，而是大於大氣壓，但自束縮斷面後，噴流所受的壓力即為大氣壓了。

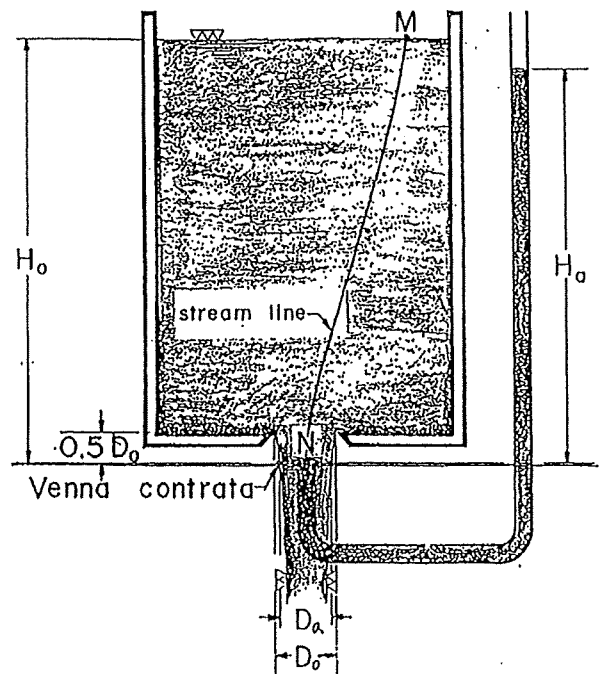


圖 6-1 孔口流示意圖

其次，考慮在同一流線上，水面上與束縮斷面上的兩點 M 與 N，如果能量損失不計，則由柏努利原理 (Bernoulli theorem) 可得知

$$\frac{V_m^2}{2g} + \frac{P_m}{\gamma} + Z_m = \frac{V_n^2}{2g} + \frac{P_n}{\gamma} + Z_n \quad (6-1)$$

式中 V, p, z 分別代表速度、壓力與高程，而右下字母代表断面之位置；g 與 γ 分別為重力加速與流體之單位體積重。上式中 $P_m = P_n$ 均為大氣壓，同時 V_m 可略而不計，令

$$H_0 = Z_m - Z_n \quad (6-2)$$

式中 H_0 代表束縮断面至靜水箱內水面間之高度，可經由測位計測得。所以，根據上述理想流體的假設下，在束縮断面，理想流體之速度應為

$$V_0 = \sqrt{2gH_0} \quad (6-3)$$

而實際上，在束縮断面之速度並不等於 $2gH_0$ ；由於能量損失之緣故，致使在束縮断面之真正速度 V_a (Actual velocity) 比 $2gH_0$ 小，但其大小可用皮托管 (Pitot tube) 或用衝擊管 (Impact tube) 測得。假設在停滯點上 (Stagnation point) 之水位高 (自束縮断面量起) 為 H_a ，則 V_a 應為

$$V_a = \sqrt{2gH_a} \quad (6-4)$$

因此， $H_0 - H_a$ 代表能量損失或水頭損失 (Head loss)。其次，在束縮断面，真正 (實際) 之流速小於理想流體之流速，而其間的比值定義為速度係數 (Velocity coefficient) C_v ，即

$$C_v = \frac{V_a}{V_0} = \frac{H_a}{H_0} \quad (6-5)$$

同理，在束縮断面之面積 A_a 與孔口之面積 A_0 也不相等，其間的比值也以一係數來衡量，即為一般俗稱的收縮係數 (Contraction coefficient)

$$C_c = \frac{A_a}{A_0} \quad (6-6)$$

最後，又定義流量係數 (Discharge coefficient) C_d 為實際 (測) 流量 Q 與理想流量 Q_0 之間的比值，即

$$C_d = \frac{Q}{Q_0} \quad (6-7)$$

而孔口的理想流量為

$$Q_0 = V_0 A_0 = (2gH_0)^{\frac{1}{2}} A_0 \quad (6-8)$$

式 (6-8) 並不計任何方式的水頭損失，所以實際上流經孔口的流量 Q 比理想流量 Q_0 小。流量係數就是代表這些複雜而且不易分析的種種因素。無論流量係數的多寡，由式 (6-7) 與 (6-8) 可得知實際 (測) 流量 Q 與勢位頭 H_0 的平方根成正比，即

$$Q = C_d (2gH_0)^{\frac{1}{2}} A_0 \quad (6-9)$$

或

$$\frac{Q}{A_0} = C_d (2gH_0)^{\frac{1}{2}} \quad (6-9')$$

展示於圖上，實際 (測) 流量 Q 與勢位頭 H_0 間的關係應該趨近於式 (6-9') 所示的形式。同時根據式 (6-9') 的形式，由實驗數據的分析中，也可求得流量係數 C_d 的值，這是一般計算流量係數的方式。此外，利用上述各種係數的定義，同樣也可計算流量係數。將式 (6-9) 與 (6-8) 帶入式 (6-7)，並根據式 (6-5) 與 (6-6) 的定義，可得

$$C_d = C_v \times C_c \quad (6-10)$$

速度係數 C_v ，收縮係數 C_c ，與流量係數 C_d ，可分別由式 (6-5)、(6-6)、(6-9) 計算而得。

四、實驗步驟

1. 在蓄水箱下方壁上裝孔口板。
2. 關閉蓄水箱及量水筒之排水閥門。
3. 按下水力試驗台之電源開關"ON"鈕(黑色)，啟動抽水機。
4. 調整流量，待蓄水箱內水位平衡後，記錄數據 H_0 。
5. 推動皮托管，使量測點位於水流下方，紀錄數據 H_a 後，拉出皮托管。
6. 關閉下方量水箱出水口，量測累積 30 秒之蓄水高度。
7. 調整觀測鏡之 Y 軸，使螢幕上的水平線對齊孔口出水面後，將刻度歸零。
8. 將 Y 軸向下移動 $1/2 D_0$ 。

第六章 孔口實驗

9. 調整觀測鏡之 X 軸，使螢幕上的垂直線對齊水流一側後，將刻度歸零。
10. 移動 X 軸，使垂直線對齊水流的另一側，紀錄數據 D_a 。
11. 移動 Y 軸，量測 5 組高度的水流直徑。
(5 組高度範圍於 $1/2 D_0$ 上及下，高度間間隔相同)
12. 重複步驟 4~11，共量測 3 種流量。
13. 按下水力試驗台之電源開關"OFF"鈕(紅色)，關閉抽水機。
14. 打開蓄水箱之排水閥門，排出蓄水箱的水後，更換孔口板。
15. 重複步驟 2~13。

五、問題討論

1. 束縮斷面的定義為何？
2. 由數據分析，不同流量對孔口出水水流有何影響？
3. 若更換孔口板時，蓄水箱內仍有水，會發生什麼情形？

六、實驗表格

表一

試驗次數	孔口直徑 D_0	蓄水時間(s)	蓄水高度h	H_0	H_a	D_a	與出水口距離 (Y軸)	水流寬 (X軸)
1								
2								

試驗次數	收縮係數 C_c	理想流速 V_0	理想流量 Q_0	實際流量 Q	流量係數 C_d
1					
2					

第十七章 管路流量計實驗

一、前言

在管路系統常用之流量計，計有文氏計 (Venturi meter)，孔口計 (Orifice meter)，羅托計 (Rotometer)。前二者均利用管路口徑之變化，在短距離內產生明顯的壓力差，由此壓力差來計算流量，如圖 17-1 所示；而羅托計係為一傾斜透明玻璃管，管內有一不銹鋼製的圓形錐體，利用錐體上升之高度來計算通過的流量。羅托計的裝置方向必須與重力平行，而文氏計與孔口計則無此必要。

如圖 17-1 所示的文氏計，如果管路在壓力孔口 (Pressure tap) ①與②間的水頭損失 (Head loss) 可略而不計，利用下述伯努利定理 (Bernoulli theorem)

$$p + \frac{1}{2}\rho V^2 = \text{常數} \quad (17-1)$$

壓力 + 動能 = 定值

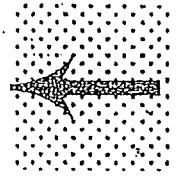
可得

$$Q = C_d A_2 \sqrt{\frac{2g}{1 - (A_2/A_1)^2} \left(\frac{p_1}{\gamma} - \frac{p_2}{\gamma} \right)} \quad (17-2)$$

$C_d \rightarrow 0.87$

式中

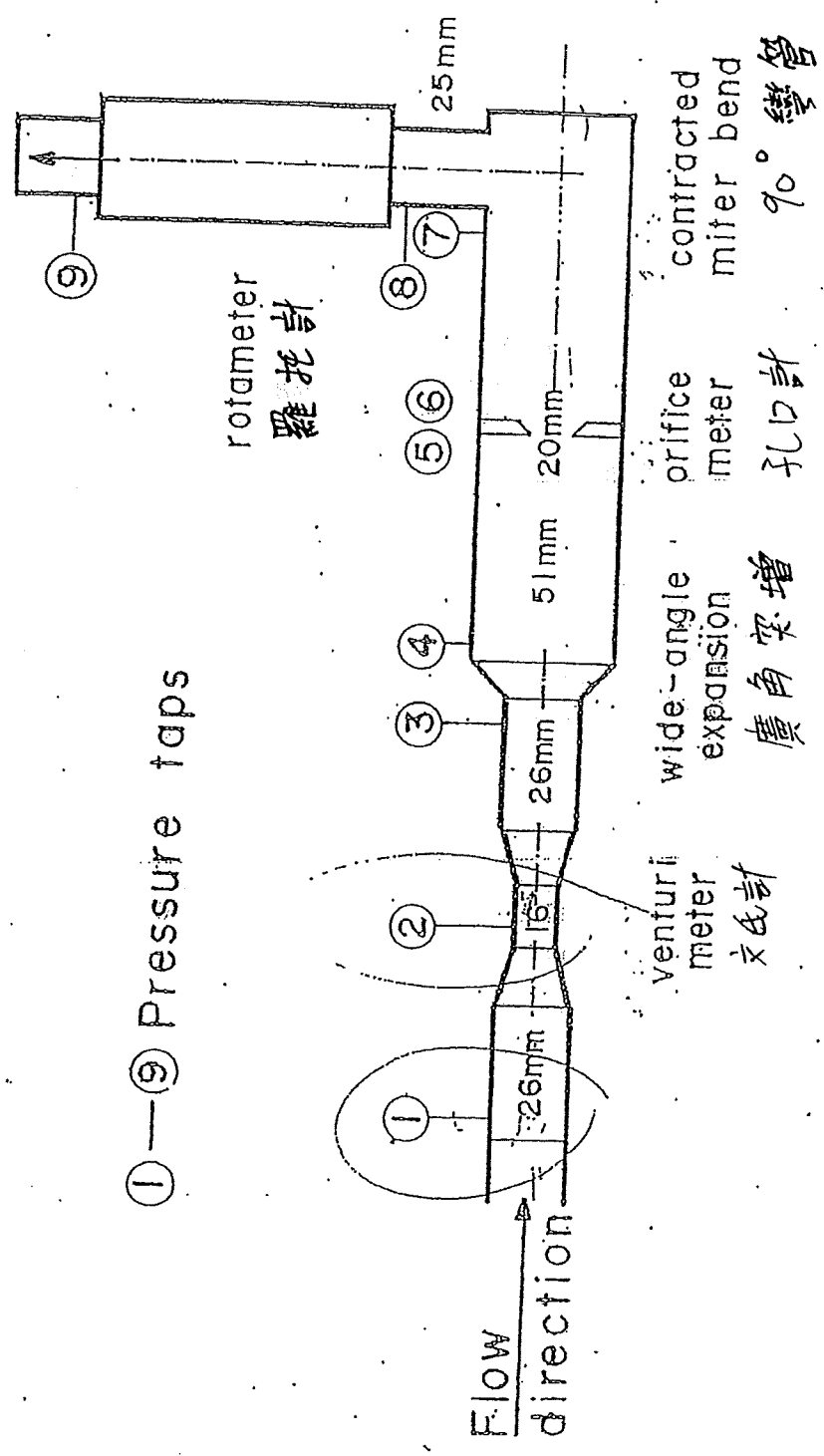
- Q: 流量
- C_d : 流量係數 (Discharge coefficient),
- A_2 : 斷面積，右下註脚之阿拉伯數字表示壓力孔口的位置，
- z: 高度，
- V: 斷面平均速度 (Sectional mean velocity)，
- g: 重力加速度，
- p: 壓力，右下註脚之阿拉伯數字表示壓力孔口之位置，
- γ : 流體之單位體積重 (Specific weight of fluid)。



同理，利用孔口計上、下游兩壓力孔口⑤與⑥間之壓力差 $p_5 - p_6$ ，吾人亦可根據伯努利定理求得流量之關係式

$$Q = C_d A_6 \sqrt{\frac{2g}{1 - (A_6/A_5)^2} \left(\frac{p_5}{\gamma} - \frac{p_6}{\gamma} \right)} \quad (17-3)$$

第一次歸零 300 ~ 350



①—⑨ Pressure taps

圖 17-1 管路流量計設備

符號說明參考上述之文氏管。壓力孔口⑥係指孔口計之孔口，即斷面直徑 20mm 處；而⑤是指孔口板之上游，直徑為 51mm。上述文氏計與孔口計相鄰兩壓力孔口間之壓力差，均可由封閉式差壓計內之水柱高測得。

圖 17-1 中右邊之垂直管為羅托計。經由實驗之觀察結果，羅托計之上、下兩壓力孔口⑧與⑨間的壓力差相當大，而且與通過其間之流量大小無關。由於羅托計內徑較大，而其管內浮游圓錐體 (Rota) 之口徑較小，所以管壁與錐體間有相當大的空隙，作用於圓錐體四周的剪應力並不大，上述之壓力差主要是用於平衡圓錐體之重，使其浮上來；因此，壓力差與流量之變化無關。造成此壓力差的主因，係由於通過圓錐體周圍之高速流所導致之損失水頭，壓力差保持不變，損失水頭當然也保持不變，通過圓錐體周圍附近之流速亦不變，則管壁與圓錐體間之空隙面積必須改變，才能造成流量的變化，如圖 17-2 所示。從圖 17-2，吾人得知

$$\pi (R_1^2 - R_r^2) = 2\pi R_r \delta \quad (17-4)$$

式中 R_1 ：羅托計內側管壁的半徑，
 R_r ：圓錐體半徑，
 δ ：羅托計內側管壁至圓錐體間之空隙。

其次，吾人又得知

$$\delta = L\theta \quad (17-5)$$

式中 L ：圓錐體上升之高度，
 θ ：羅托計玻璃面之傾斜角。

圓錐體上升之高度與流量大小有關，其間之關係幾近線性。圖 17-3 為檢驗曲線 (Calibration curve) 之典型代表。

除了上述的儀器檢驗外，柏努利定理尚可用來探討管路中非均勻流動之水頭損失，下列討論參閱圖 17-1。

(1) 文氏計：引用柏努利定理於壓力孔口①與③上，即可得知

$$H_{L_{1-3}} = \frac{p_1}{\gamma} + z_1 - \frac{p_3}{\gamma} - z_3$$

或 $H_{L_{1-3}} = h_1 - h_3 \quad (17-6)$

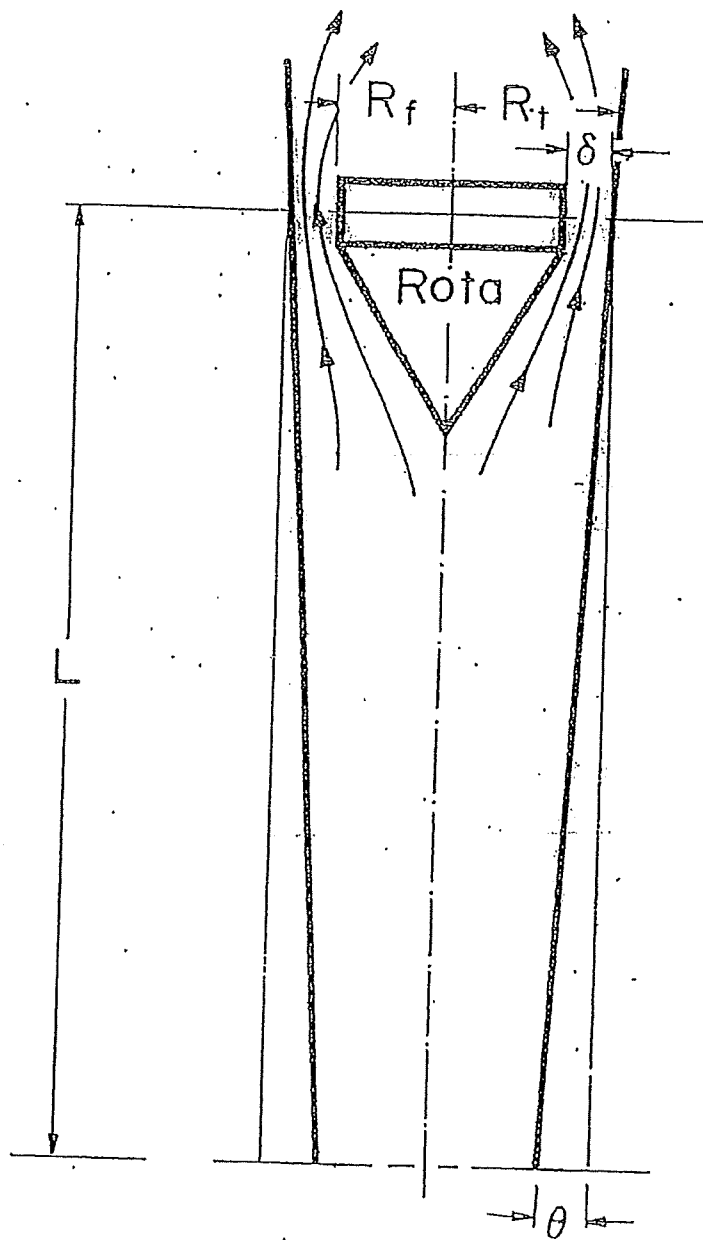


圖 17-2 羅托計

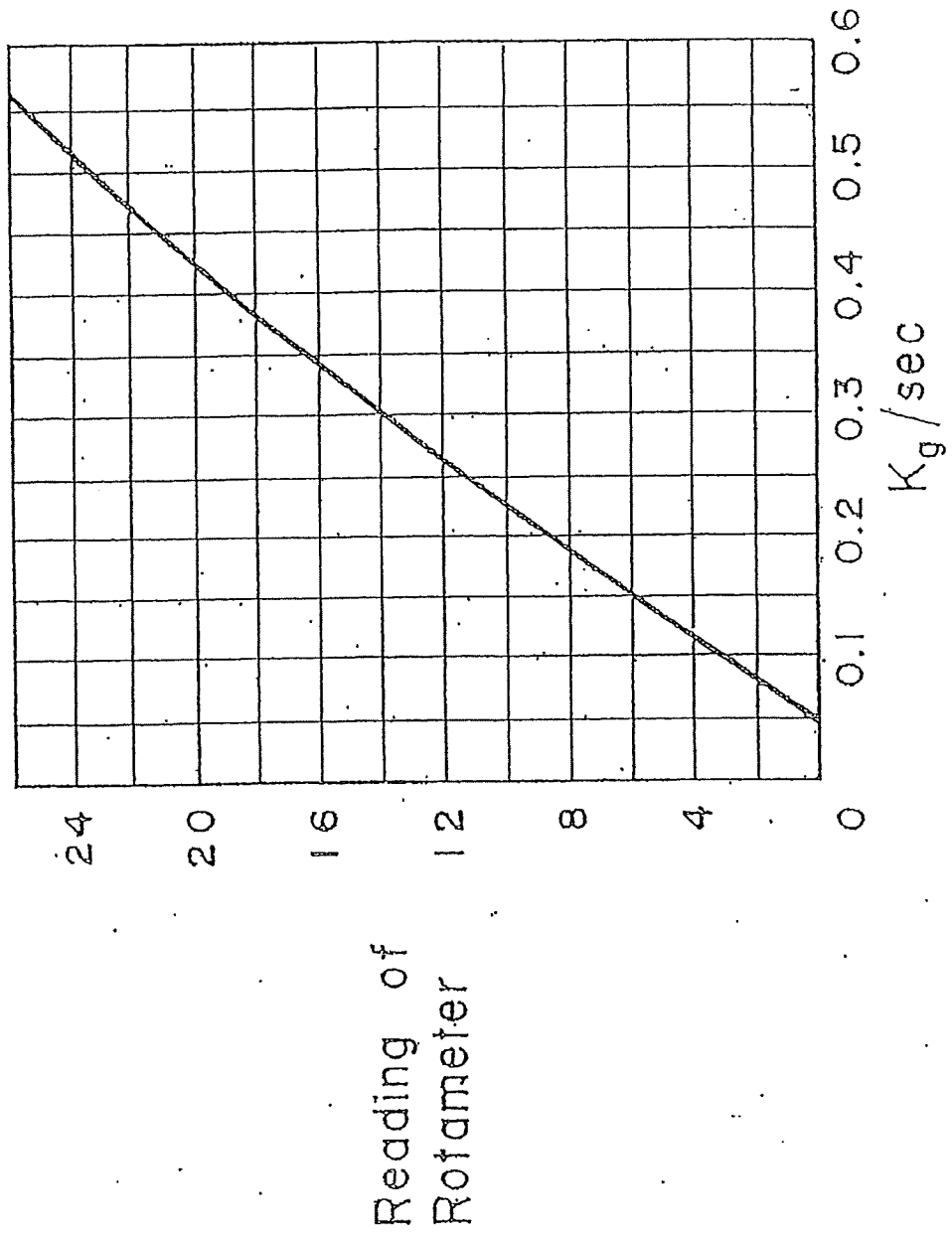


圖 17-3 羅托計檢驗曲線

式中 h : 封閉式差壓計管內之儀壓高，右下註脚之阿拉伯數字代表壓力孔口之位置，
 H_L : 水頭損失，右下註脚之阿拉伯數字代表壓力孔口之位置。

式 (17-7) 至 (17-10) 符號說明相同。

(2) 孔口計：引用柏努利定理於壓力孔口④與⑦上，可得知

$$H_{L_{4-7}} = \frac{P_4}{\gamma} + z_4 - \frac{P_7}{\gamma} - z_7$$

或 $H_{L_{4-7}} = h_4 - h_7$ (17-7)

(3) 羅托計：利用柏努利定理於羅托計上，吾人得知

$$H_{L_{8-9}} = \frac{P_8}{\gamma} + z_8 - \frac{P_9}{\gamma} - z_9$$

或 $H_{L_{8-9}} = h_8 - h_9$

(4) 廣角突增 (Wide-angle expansion)：探討廣角突增 (管徑突然增大) 之水頭損失，可利用柏努利定理於壓力孔口③與④上，即可求得

$$H_{L_{3-4}} = \frac{P_3}{\gamma} + \frac{V_3^2}{2g} - \frac{P_4}{\gamma} - \frac{V_4^2}{2g} \quad (17-9)$$

(5) 九十度彎管 (90° elbow) 或收縮直角彎管 (Contracted miter bend)：探討彎管之水頭損失，須引用柏努利定理於壓力孔口⑦與⑧上，亦可求得

$$H_{L_{7-8}} = \frac{P_7}{\gamma} + \frac{V_7^2}{2g} - \frac{P_8}{\gamma} - \frac{V_8^2}{2g} \quad (17-10)$$

而水頭損失係數 K_L 定義為

$$K_L = H_L / (V^2 / 2g) \quad (17-11)$$

本實驗之目的，經由實驗來探討方程式 (17-2)；(17-3) 中之 C_d 值及羅托計圓錐體上升高度與流量間之關係，使學生曉得一般管路系統常用流量計之測定原理及方法。此外，並了解每種不同流量計所消耗之水頭。非均勻流動在管路系統裏也是常見的，本實驗分折了廣角突增及收縮直角彎管兩種情況之水頭損失。

二、儀器簡介

如圖 17-4 所示，本實驗須配合水力試驗台，關於後者之介紹可參考十二章。水自試驗台之出水口③從右邊進入儀器後上升，再自左邊上端經量水孔口④流回試驗台之蓄水箱，構成一個循環單元。儀器上共有九個壓力孔口。參閱 17-1 中所註明之尺寸及用途。各壓力孔口上以透明軟塑膠管集合構成一集合封閉式壓力計 (Manifold closed manometer)，固定於一支柱板上，板之上端有一銅管用以集合九根軟塑膠管，此管之右端有一空氣氣孔閥門，用以調整壓力計內之空氣含量，如果其內空氣太多，可旋鬆氣孔上之銅外套施放空氣；相反的，如果空氣太少，可用打氣筒注入空氣。儀器之左上端有一流量控制閥門 (此閥門須完全打開；在實驗中無須使用)。整個儀器置於平板上，板之四角分別有四個調整支腳，用以調整儀器成水平。

三、操作程序

- (1) 首先將儀器之入水口、排水口分別與水力試驗台之出水口及量水孔口以透明軟塑膠管連接，如圖 17-4 所示。並以 $\frac{1}{2}$ " 透明軟塑膠管連接水力試驗台之量水箱及量水筒。將水力試驗台之出水閥門及迴水閥門完全打開。其他有關水力試驗台之操作程序，參閱第十二章。
- (2) 調整儀器底座上之四個可調整支腳，直至儀器水平為止。
- (3) 連接集合封閉式壓力計上各孔口之透明軟塑膠管。
- (4) 完全打開儀器上之流量控制閥門。
- (5) 按下水力試驗台之電源開關 "ON" 鈕，起動抽水機。
- (6) 輕彈集合封閉式壓力計上之所有透明軟塑膠管，使滯留於管內之空氣氣泡上升，而使儀壓頭液面下不再有任何空氣氣泡。
- (7) 漸次開緊迴水閥門，增加流量，查看最高儀壓頭液面是否在壓力計的刻劃範圍內；否則，須由空氣氣孔注入空氣，注入空氣量之多寡，須使最低儀壓頭液面仍在刻劃範圍內。
- (8) 由最大流量起，漸次地調整出水與迴水兩閥門，進行一連串有系統之實驗；然後，以相反順序進行相同次數之實驗。每次實驗時，測蓄水體積、時間及所有壓力孔口之液面高度。

四、範例說明

管路流量計之實驗目的為檢驗管路系統常用的流量計。因此，本章的數據分析大致與文氏管實驗相同。一般而言，流量公式都是幕數型的函數關係式。幕數的多寡通常是由理論分

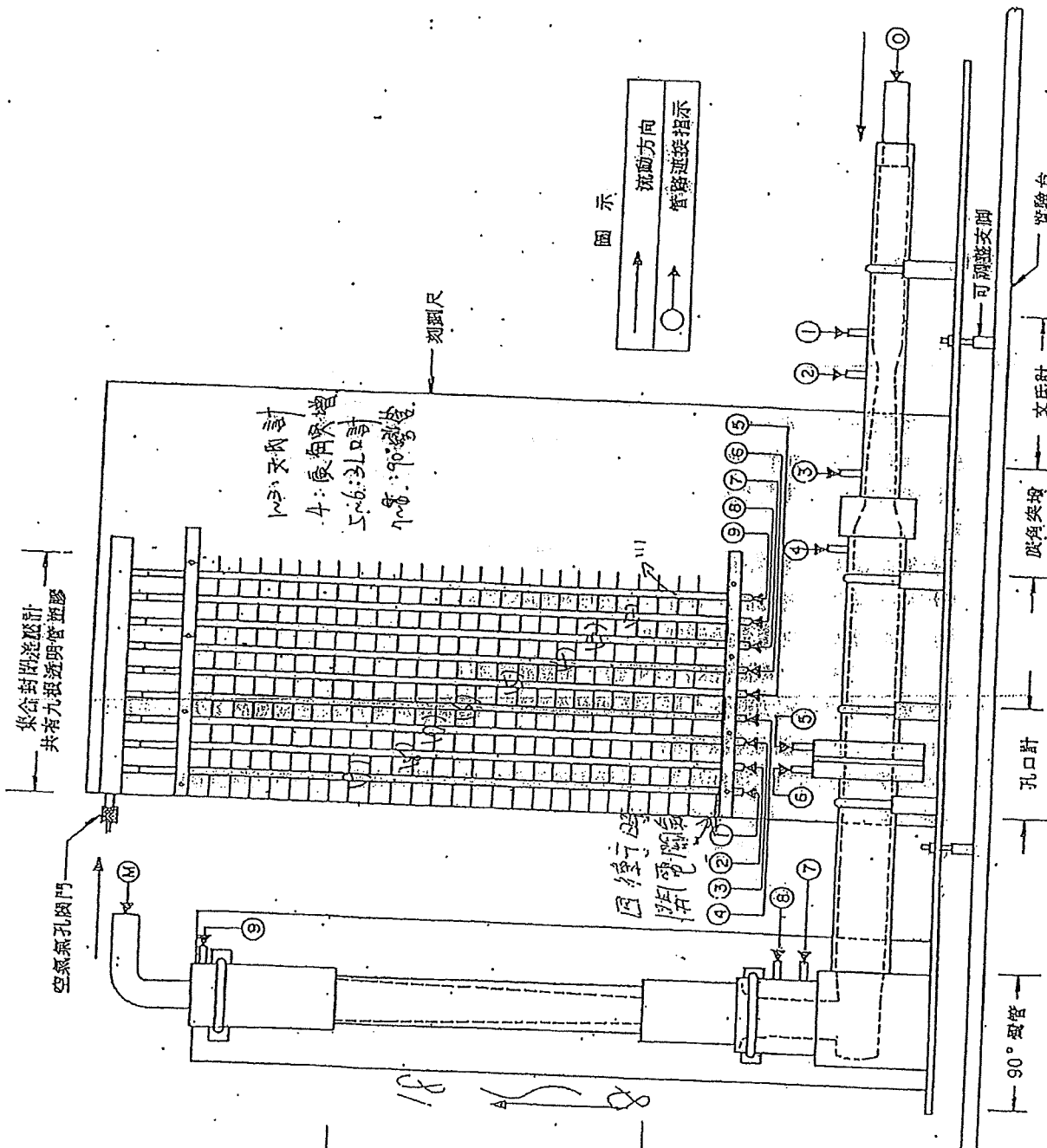


圖 17-4 管流量計設備

折求得。而實際上的應用也是採用相同的值，如果有所不同，也只不過是非常小的差異而已（參閱堰口實驗）。係數的大小通常不太肯定，但是有一個變化的幅度可供比較參考，幅度的由來可由理論分析求得，或是基於廣泛的實驗結果。本章實驗之附帶目的就是求流量計與常見管路元件的水頭損失，此損失即為兩相鄰斷面的水頭差（總水頭），再由式（17-11）吾人又可計算水頭損失係數 K_L 。這些分析非常類似於第十九章的管路系統水頭損失實驗。

表 17-1 原始實驗數據

(1) 讀數編號	(2) 蓄水時間 t (sec)	(3) 蓄水高度 h (cm)	(4) 流 量 Q (cm ³ /sec)	(5) 羅托計高度 l (cm)
1	30	4.18	354.6033	16.9
2	30	4.05	343.575	15.5
3	30	3.78	320.67	14.9
4	30	3.69	313.035	14.5
5	30	3.57	302.855	14
6	30	3.39	287.585	13.1
7	30	3.1	262.9833	12
8	30	2.94	249.41	11
9	30	2.63	223.1117	9.9
10	30	2.32	196.8133	8
11	30	1.6	135.7333	5
12	30	1.95	165.425	6
13	30	2.05	173.9083	7
14	30	2.35	199.3583	8
15	30	2.81	238.3817	9
16	30	2.86	242.6233	10
17	30	2.88	244.32	11.1
18	30	3.19	270.6184	12.1
19	30	3.43	290.9783	13.1
20	30	3.66	310.49	14.1

表 17-2 壓力孔口之壓力頭 (單位為公分)

(1) 讀數編號	(2) 壓力頭 ($\frac{P_1}{\gamma}$)	(3) 壓力頭 ($\frac{P_2}{\gamma}$)	(4) 壓力頭 ($\frac{P_3}{\gamma}$)	(5) 壓力頭 ($\frac{P_4}{\gamma}$)
1	45.4	30	42.9	42.8
2	42.6	29.2	40.4	40.3
3	40.5	28.2	38.4	38.2
4	39	27.1	37	36.7
5	37.3	26.4	35.3	35.1
6	35	25.1	33.3	33.3
7	32.2	23.7	30.7	30.6
8	29.3	22.2	28.1	27.9
9	26.6	20.5	25.5	25.3
10	22.5	18	21.7	21.6
11	15.6	13.2	15.3	15.2
12	17.4	14.3	16.7	16.6
13	19.2	15.3	18.4	18.3
14	20.9	16.4	20.1	20
15	23.3	17.9	22.4	22.2
16	25.2	19	24.2	24
17	27.8	20.5	26.5	26.4
18	30.6	22.1	29.1	28.9
19	33.2	23.5	31.6	31.4
20	36.4	25.1	34.4	34.2

大→小

小→大

大→小

小→大

表 17-2 (續)

(1) 壓力頭 ($\frac{P_5}{\gamma}$)	(2) 壓力頭 ($\frac{P_6}{\gamma}$)	(3) 壓力頭 ($\frac{P_7}{\gamma}$)	(4) 壓力頭 ($\frac{P_8}{\gamma}$)	(5) 壓力頭 ($\frac{P_9}{\gamma}$)
44.2	31.7	34	30.6	20.2
41.6	30.5	32.6	29.6	19.4
39	28.9	30.9	28	18
37.7	28.3	30.1	27.5	17.5
36.2	27.4	29.1	26.5	16.9
34	26.2	27.7	25.4	15.7
31.3	24.5	25.8	23.8	14.3
28.6	22.8	24	22.3	13
25.8	21.1	22	20.5	11.4
21.9	18.5	19	17.9	8.9
15.4	13.5	13.7	13.1	4.1
17.4	14.4	14.9	14.1	5.2
18.6	15.4	16.1	15.3	6.2
20.5	17	17.5	16.3	7.3
22.6	18.4	19.1	17.8	8.7
24.5	19.6	20.5	19	9.7
27	21.3	22.3	20.5	11.1
29.5	22.9	24.2	22.2	12.6
32.2	24.5	26	23.7	14
35	26.2	27.9	25.3	15.4

大→小

小→大

大→小

大→小

參閱圖 17-1 的示意圖，各斷面的液面高列於表 17-1，單位為公分。蓄水時間 $t=30$ 秒，量水箱及量水筒的面積為 2545 cm^2 。表中，第(3)欄為量水箱與量水筒的蓄水高度，第(5)欄為羅托計讀數。表 17-2 的第(2)欄至第(10)欄為斷面①至斷面⑩（圖 17-1 與圖 17-4）的液面讀數。表 17-1 的第(4)欄為流量 Q ，以第一個讀數為例：

$$Q = \frac{2545 \times 4.18}{30}$$

$$= 354.6033 \text{ cm}^3 / \text{sec}$$

數據分析共分為兩大部分：流量公式及水頭損失係數。每一部份又因不同的管路元件而再分成好幾類。文氏管與孔口計的分析步驟完全相同，所以只詳列文氏管的數據分析，孔口計僅列最後的結果。羅托計的數據分析為尋求最適當的檢驗曲線。水頭損失係數的分析可參閱第十九章的管路系統水頭損失實驗，分析的步驟也完全相同。但羅托計的水頭損失係數除了受幾何因素的影響外，還與雷諾數有關；因此，這一部份的分析也是尋求最適當的函數關係式。

(一) 流量公式

文氏管，孔口計與羅托計的流量公式分別列於式 (17-2)，(17-3) 與式 (17-5)。以文氏管為例，令 $y_i = \log \bar{Q}_i$ ， $x_i = \log ((P_1 - P_2) / \gamma)_i$ ，右下註脚“ i ”代表第“ i ”組讀數；根據實驗數據求得的迴歸式，其因變數均加“ $\bar{}$ ”，以別於由其他方式所求得的关系式。由表 17-1 的第(4)欄與表 17-2 的第(2)及第(3)欄，就可求得所需的數據，列於表 17-3，以第一個讀數為例

$$\bar{y} = \log 354.6033 = 2.549743$$

$$x = \log (45.4 / 30) = 1.167521$$

經過二次的檢查，吾人發現第十五組與第十六組讀數為離羣讀數，扣除這兩組讀數後的餘下讀數，就不再包含任何離羣讀數，如表 17-4 所示，計算過程如下

$$n = 18$$

$$\Sigma \bar{y} = 43.1543$$

$$\Sigma \bar{y}^2 = 103.7$$

$$\Sigma x = 15.6808$$

$$\Sigma x^2 = 14.57858$$

$$\Sigma x \bar{y} = 38.06143$$

$$\bar{y}_m = \sum \bar{y} / n = 43.1543 / 18 = 2.397461$$

由式 (1-19a', b')

$$a = \frac{43.1543 \times 15.6808 - 38.06143 \times 15.6808}{18 \times 14.57858 - 15.6808 \times 15.6808} = \frac{\sum \bar{y} \times \sum x - \sum \bar{y} x \times \sum x}{n \times \sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$= 1.954064$$

表 17-3 文氏管流量公式之數據計算

(1) 讀數編號	(2) 流 量 Q (cm ³ /sec)	(3) 壓力差 $\frac{P_1 - P_2}{\gamma}$ (cm)	(4) log Q	(5) log ($\frac{P_1 - P_2}{\gamma}$)
1	354.6033	15.4	2.549743	1.187521
2	343.575	13.4	2.536022	1.127105
3	320.67	12.3	2.506058	1.089905
4	313.035	11.9	2.495593	1.075547
5	302.855	10.9	2.481235	1.037427
6	287.585	9.9	2.458766	.9956351
7	262.9833	8.5	2.419928	.9294189
8	249.41	7.1	2.396914	.8512582
9	223.1117	6.1	2.348522	.7853298
10	196.8133	4.5	2.294055	.6532125
11	135.7333	2.4	2.132687	.3802113
12	165.425	3.1	2.218601	.4913616
13	173.9083	3.9	2.240321	.5910646
14	199.3583	4.5	2.299635	.6532125
15	238.3817	5.4	2.377273	.7323937
16	242.6233	6.2	2.384933	.7923917
17	244.32	7.3	2.387959	.8633228
18	270.6184	8.5	2.432357	.9294189
19	290.9783	9.7	2.463861	.9867718
20	310.49	11.3	2.492048	1.053078

表 17-4 檢查離羣讀數 (第三次檢查)

(1) 讀數編號	(2) $-0.8492131 < \frac{\bar{y} - 1.954064 - 0.5089737x}{2.397461} < 100 < 0.8492131$
1	
2	-0.3644508
3	0.3458344
4	-0.114224
5	-0.2459207
6	-3.553216×10^{-2}
7	-8.548402×10^{-2}
8	-0.2996913
9	0.3996945
10	-0.2191299
11	0.3137928
12	-0.6212608
13	0.6026146
14	-0.608124
17	0.5465369
18	-0.2299596
19	0.2187321
20	0.3151652
16	8.321665×10^{-2}
15	1.149649
	2.103896

$$b = \frac{18 \times 38.06143 - 15.6808 \times 43.1543}{18 \times 14.57858 - 15.6808 \times 15.6808} = \frac{n \times \sum xy - \sum x \times \sum y}{n \times \sum x^2 - (\sum x)^2} = 0.5089737$$

由式 (1-22) 與 (1-24b)

$$S^2 = 0.1503644$$

$$\hat{\sigma} = 0.3877685 \%$$

查表 1-3

$$RCCRR=2.19$$

$$d_{max}=0.8492131 \%$$

離羣讀數之檢查列於表 17-4，這是第三次檢查；根據餘下讀數的分析結果，重新計算離羣讀數的偏差，其值也列於表下。此時表 17-4 已不再呈現任何離羣讀數，所以吾人可繼續下一步的分析。查表 1-2

$$t_{\alpha}=2.11$$

$$\sigma_p = \pm 0.8181915 \%$$

式 (17-2) 的函數關係型式為冪數型，冪數 β 等於 0.5，而係數 C 為

$$\begin{aligned} C &= C_d A_2 \left[\frac{2g}{1 - (A_2/A_1)^2} \right]^{\beta} \\ &= 0.98 \times 1.6 \times 1.6 \times 3.1416/4 \times [2 \times 980 \left(1 - \left(\frac{1.6 \times 1.6 \times \pi/4}{2.6 \times 2.6 \times \pi/4} \right)^2 \right)]^{0.5} \\ &= 94.253623 \end{aligned}$$

所以

$$\alpha = \log 94.253623 = 1.974299$$

由式 (17-2) 與 (1-31) 計算傾向偏差

$$\begin{aligned} B_i &= \sqrt{\left(\frac{1.954064 - 1.974299}{1.974299} \right)^2 + \left(\frac{0.5089737 - 0.5}{0.5} \right)^2} \cdot 100 \\ &= \sqrt{(-1.024942)^2 + (1.794744)^2} \\ &= 2.066787 \% \end{aligned}$$

再由式 (1-32) 計算總偏差

$$\begin{aligned} A_{cc} &= B_i \pm \sqrt{1 + \frac{1}{18}} \sigma_p \\ &= 2.066787 \pm 0.840612 \\ &= 1.226175 \% \sim 2.907399 \% \\ &= 1.23 \% \sim 2.91 \% \end{aligned}$$

以迴歸線 $\hat{y} = 1.954064 + 0.5089737x$ 或 $\log \hat{Q} = 1.954064 + 0.5089737 \log \left(\frac{p_1 - p_2}{\gamma} \right)$ 或 $\hat{Q} = 0.872660 \times A_2 \times \left[2g / \left(1 - (A_2/A_1)^2 \right) \right] \left[\frac{p_1 - p_2}{\gamma} \right]^{0.5089737}$ 為基準，百分之九十五的讀數將會座落於 $\Delta(\log \hat{Q}) = | \hat{y} - 1.954064 - 0.5089737x | < 0.8181915 \times 2.397461 / 100 = 0.01961582$ 的範圍內，範圍之上、下界以細虛線示於圖 17-5。

分析孔口計的流量公式非常類似於上述的文氏管。同樣地，令 $\hat{y}_i = \log \hat{Q}_i$ ， $x_i = \log \left(\frac{p_5 - p_6}{\gamma} \right)_i$ ，分析的結果展示於圖 17-6。根據柏努利定理推演而得的流量公式列於式 (17-3)，式中的流量係數 C_d 以 0.77~0.79 計。

羅托計的流量公式如式 17-5 所示，其間的關係式幾近於線性型，以應用的立場而言，線性型的關係式較便於使用。非線性型的關係式，以冪數型最具有代表性而且又簡單。其實利用座標軸轉換，冪數型也是線性型的一種。因此，羅托計的流量公式嘗試了三種不同型式的關係式， $\hat{Q} = a \times \ell$ 、 $\hat{Q} = a + b \times \ell$ 與 $\hat{Q} = a \times \ell^b$ 。至於實驗數據較傾向於那一類型的關係式？這就完全視精度偏差 σ_p 的大小而定了，偏差愈小者代表愈傾向，三種型的分析結果展示於圖 17-7，圖中“i.r.”代表離羣讀數，其編號示於圓圈內。圖 17-7 只標示數據分佈與迴歸線，其信賴區間的範圍並未以細虛線標示於圖上，原因有二：一則深怕線條太多且密集，不易於分辨與比較，圖上只須註明因變數的平均值 \bar{y}_m 與精度偏差 σ_p 就可求得信賴區間的範圍，即 $\Delta \hat{y} = \sigma_p \times \bar{y}_m / 100$ 。二是冪數型的關係式展示於一般的直角座標軸上並不是直線而是曲線，這對繪畫信賴區間的範圍是相當麻煩的，不是兩條等距的平行線，而且兩條等距的曲線，同時易解性也減少許多。

(二) 水頭損失係數

非均勻流動水頭損失的分析均利用柏努利定理，測定兩儀壓（或壓力）孔口的總水頭，以其差代表水頭損失，如式 (17-6)，(17-7)，(17-8)，(17-9) 與 (17-10) 所示。這些水頭損失都是由幾何因素而導致的，損失的大小通常均以水頭損失係數 K_L 表示，參閱式 (10-11)。一般而言，非均勻流動水頭損失係數 K_L 只受制於管路的幾何因素，與雷諾數的大小無關。其次，如果非均勻流動係由於断面大小的變化而產生，式 (17-11) 均採用面積較小的速度頭。本章的水頭損失係數之分析，其原則，分析程序，計算步驟均與第十九章的討論完全相同。分析的管路元件計有：文氏管、孔口計、羅托計，廣角突增，九十度彎管；其中，實驗數據顯示羅托計的水頭損失係數 K_L 受雷諾數的影響，如圖 17-10 所示，吾人就以其間的關係型為不同的型式時，分別探討其精度偏差的大小。

文氏管的水頭損失係數如式 (17-6) 與 (17-11) 所示，令 $\hat{y}_i = \left[\left(\frac{p_1 - p_3}{\gamma} \right) / \left(\frac{\bar{V}_2^2}{2g} \right) \right]_i$ ，右下註脚“i”代表第“i”組讀數；根據實驗數據求得的迴歸式，其因變數均加“-”，以別於由其他方式求得的關係式。壓力差可由表 17-2 的第(2)與第(4)求得，而速

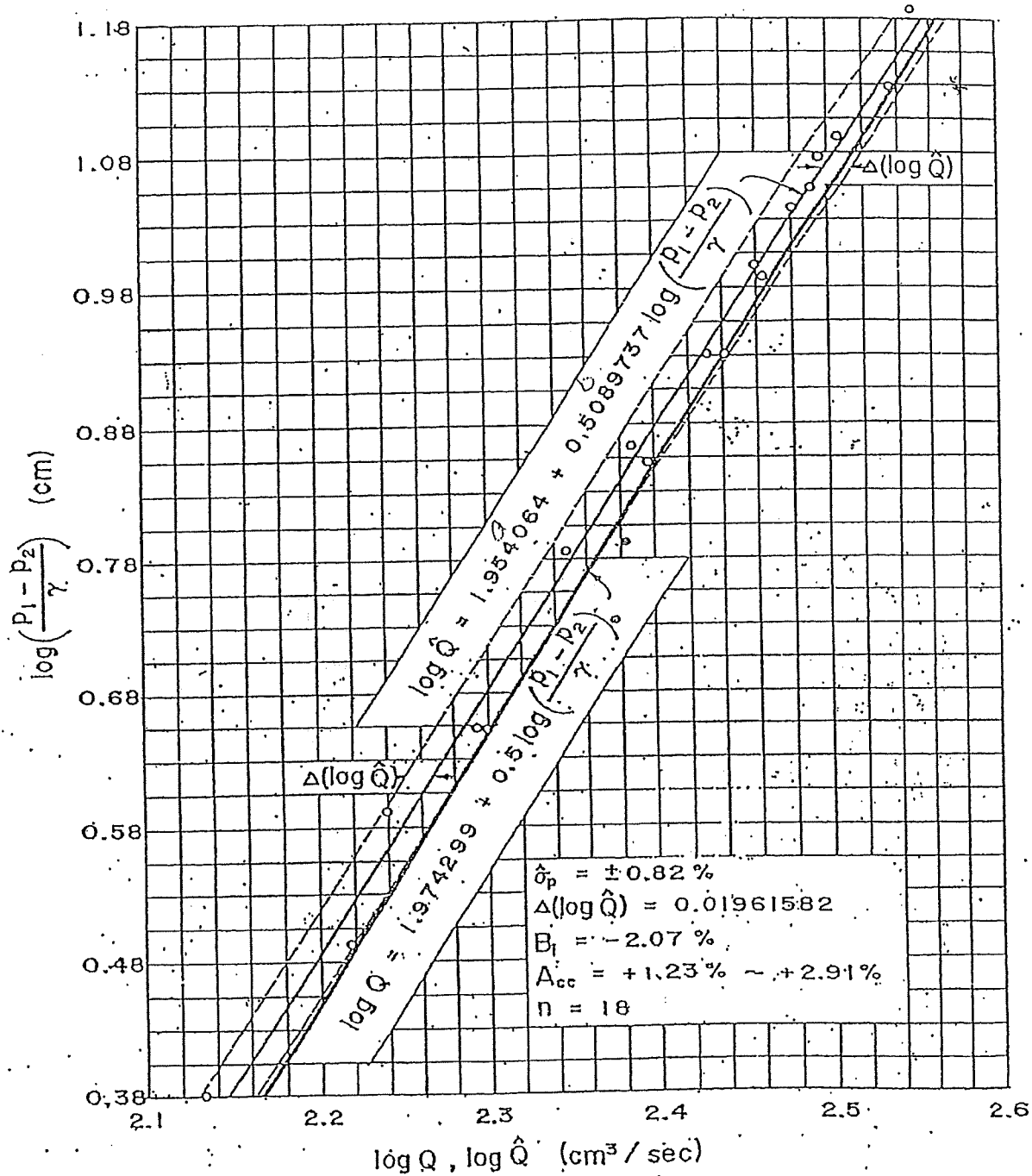


圖 17-5 文氏計之流量公式

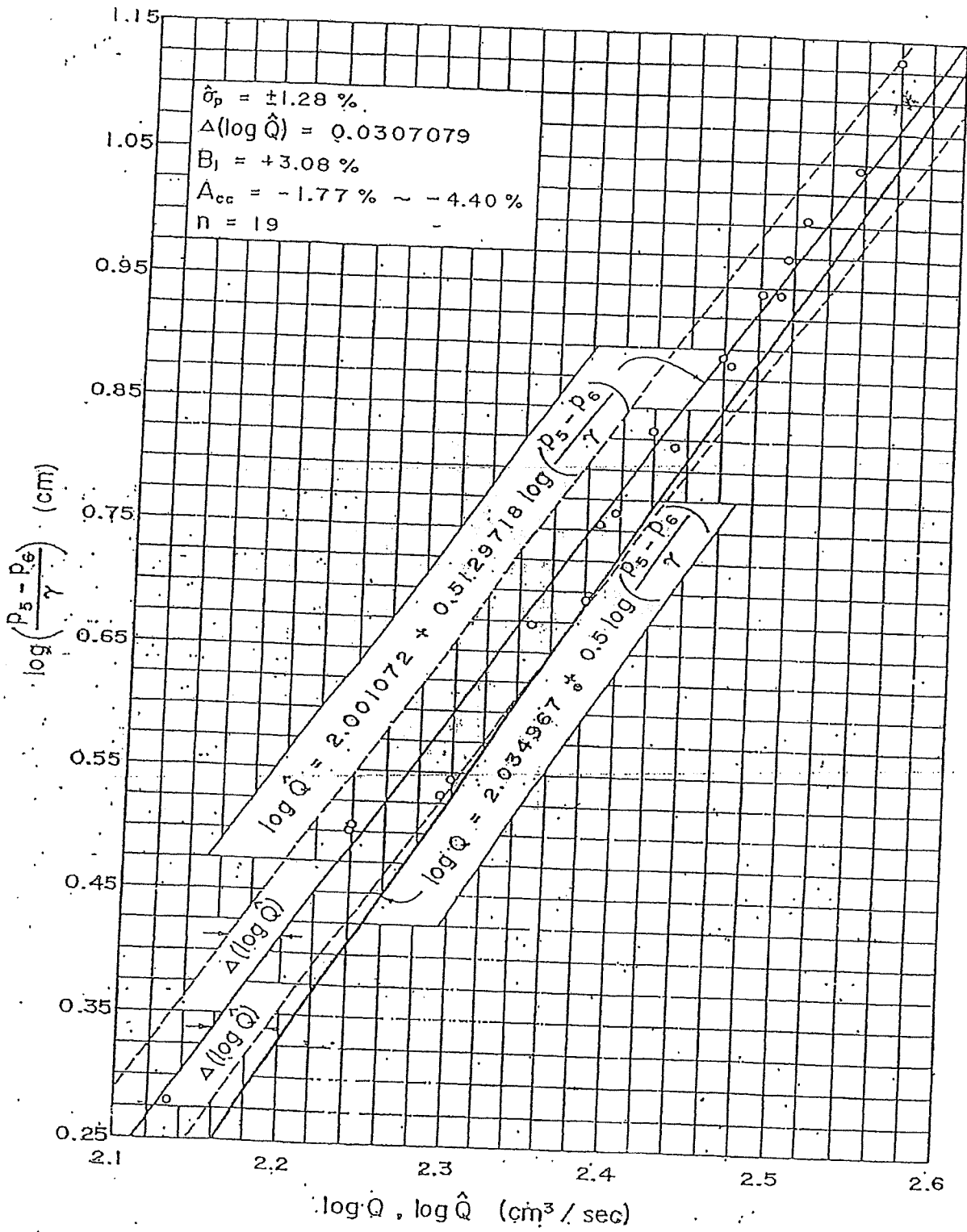


圖 17-6 孔口計之流量公式

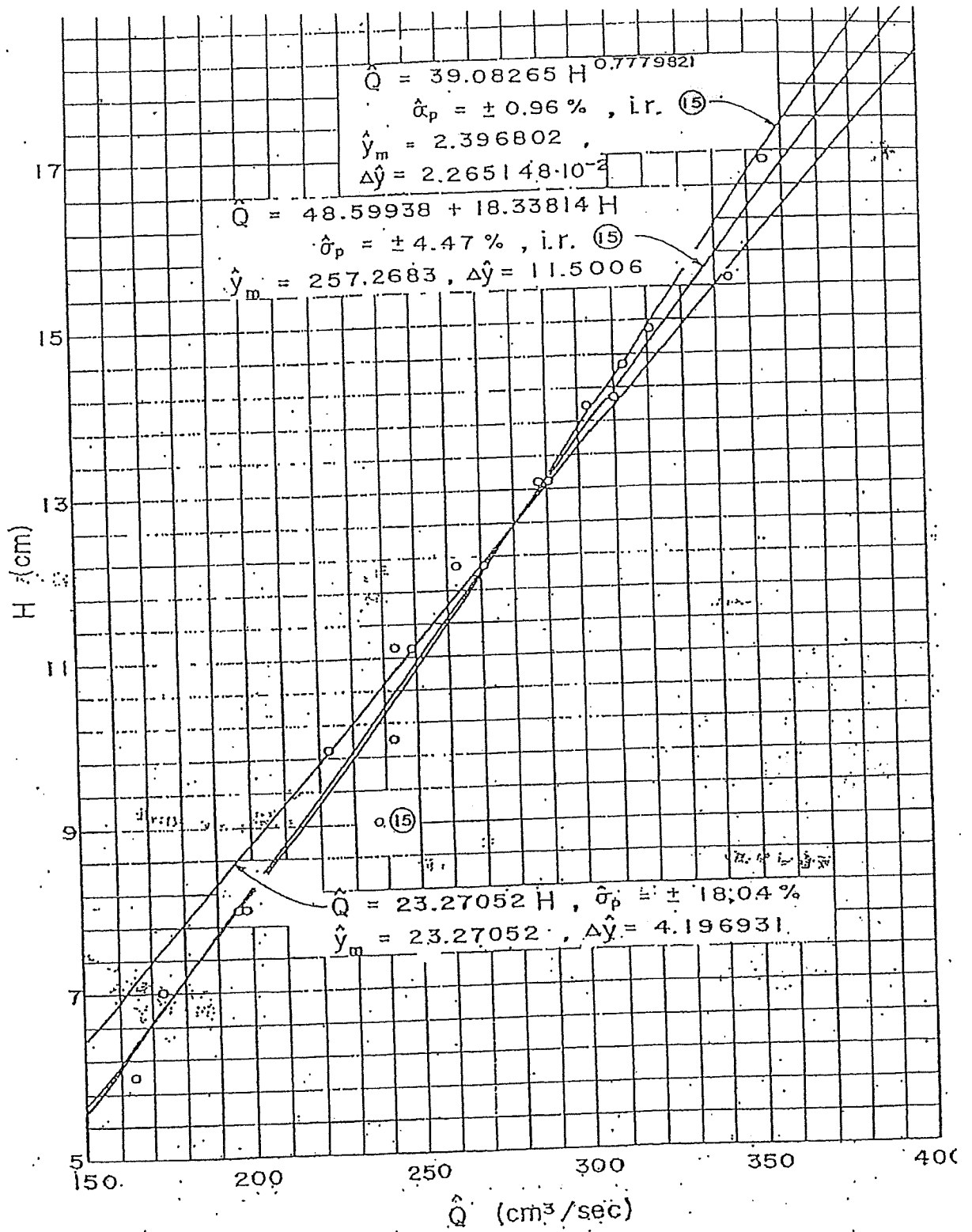


圖 17-7 羅托計之流量公式 (不同形式之迴歸線)

度頭可由表 17-1 的第(4)欄計算而得，以第一個讀數為例。

$$\bar{K}_L = \frac{(45.4 - 42.9) \times 1960}{\left(\frac{354.6033}{(\pi/4)1.6^2}\right)^2} = 0.1575332$$

數據計算列於表 17-5。頭兩次的檢查先後發現第 13 組與第 12 組讀數為離羣讀數，扣除這兩組讀數

$$\begin{aligned} n &= 18 \\ \Sigma \bar{y} &= 2.825394 \\ \Sigma \bar{y}^2 &= 0.4471778 \\ \bar{y}_m &= 0.1569663 \end{aligned}$$

由式 (1-21)

$$a = \Sigma \bar{y} / n = \bar{y}_m = 0.1569663$$

由式 (1-22) 與 (1-24a)

$$\begin{aligned} S^2 &= 88.00314 \\ \hat{\sigma}_p &= 9.380999 \% \end{aligned}$$

查表 1-3

$$\begin{aligned} RCCRR &= 2.19 \\ d_{\max} &= 2.19 \times 9.380999 = 20.54439 \% \end{aligned}$$

列表檢查離羣讀數，參閱表 17-6；同時根據餘下的讀數，再重新計算離羣讀數的偏差，其值列於表下。表 17-6 顯示餘下的讀數不再包含任何離羣讀數。所以查表 1-2

$$\begin{aligned} t_{\alpha} &= 2.11 \\ \hat{\sigma}_p &= \pm 2.11 \times 9.380999 = \pm 19.79391 \% \end{aligned}$$

針對迴歸線 $\bar{y} = 0.1569663$ 或 $[(\bar{p}_1 - \bar{p}_3) / \gamma] / (V_2^2 / 2 / g) = 0.1569663$ ，百分之九十五的讀數將落於 $\Delta \bar{K}_L = |\bar{y} - 0.1569663| < 0.1569663 \times 19.79391 / 100 = 0.03106977$ 的範圍內，範圍之上、下界以細虛線示於圖 17-8。

其他管路元件的數據分析可參照上述的計算步驟，分析結果展示於圖 17-8、17-9、17-10 與 17-11。

如上段所述、非均勻流動水頭損失係數 K_L 通常都視為只決定於管路之幾何因素，而與雷諾數 Re 無關。實際上的情形是否果真如此，那就視精度偏差 σ_p 的大小而定。如果精度偏差太大，很可能水頭損失係數 K_L 不能再認為與雷諾數無關，確實的結論必須展示於圖上後才能判斷。原先的數據分析是針對這個觀點的，其結果展示於圖 17-8 與 17-9，但圖 17-10 僅展示羅托計的數據分析。文氏計、孔口計與收縮直角彎管（九十度彎管）等三種數據的精度偏差均小於百分之二十，但廣角突增卻高達百分之九十五，參閱圖 17-8 的左下角。這顯示廣角突增的數據相當分散，展示於圖上的分佈也確實如此，但數據分析卻呈現為

表 17-5 文氏管水頭損失係數之數據計算

(1) 讀數編號	(2) 水頭損失 $(P_1 - P_2) / \gamma$ (cm.)	(3) 速度頭 $V_2^2 / 2g$ (cm)	(4) 水頭損失係數 $K_L = \frac{(P_1 - P_2) 2g}{\gamma V_2^2}$	(5) 雷諾數 $Re = \frac{V_2 D_2}{\nu}$
1	2.5	15.86967	0.1575332	22641.17
2	2.199997	14.89791	0.1476715	21937.02
3	2.099999	12.97773	0.1618155	20474.55
4	2	12.3671	0.1617194	19987.06
5	2	11.57582	0.172774	19337.07
6	1.700001	10.43794	0.1628675	18362.1
7	1.5	8.728481	0.1718512	16791.3
8	1.199999	7.850729	0.1528519	15924.65
9	1.1	6.282418	0.1750919	14245.52
10	0.7999993	4.888675	0.1636434	12566.39
11	0.3000002	2.325174	0.1290227	8666.478
12	0.6999989	3.4537	0.2026809	10562.27
13	0.8000011	3.817007	0.2095886	11103.92
14	0.7999993	5.015925	0.1594919	12728.89
15	0.8999996	7.171796	0.1254915	15220.5
16	1	7.42929	0.1346024	15491.33
17	1.299999	7.533561	0.1725611	15599.66
18	1.5	9.242654	0.1622911	17278.79
19	1.6	10.68571	0.1497327	18578.76
20	2	12.16683	0.1643813	19824.57

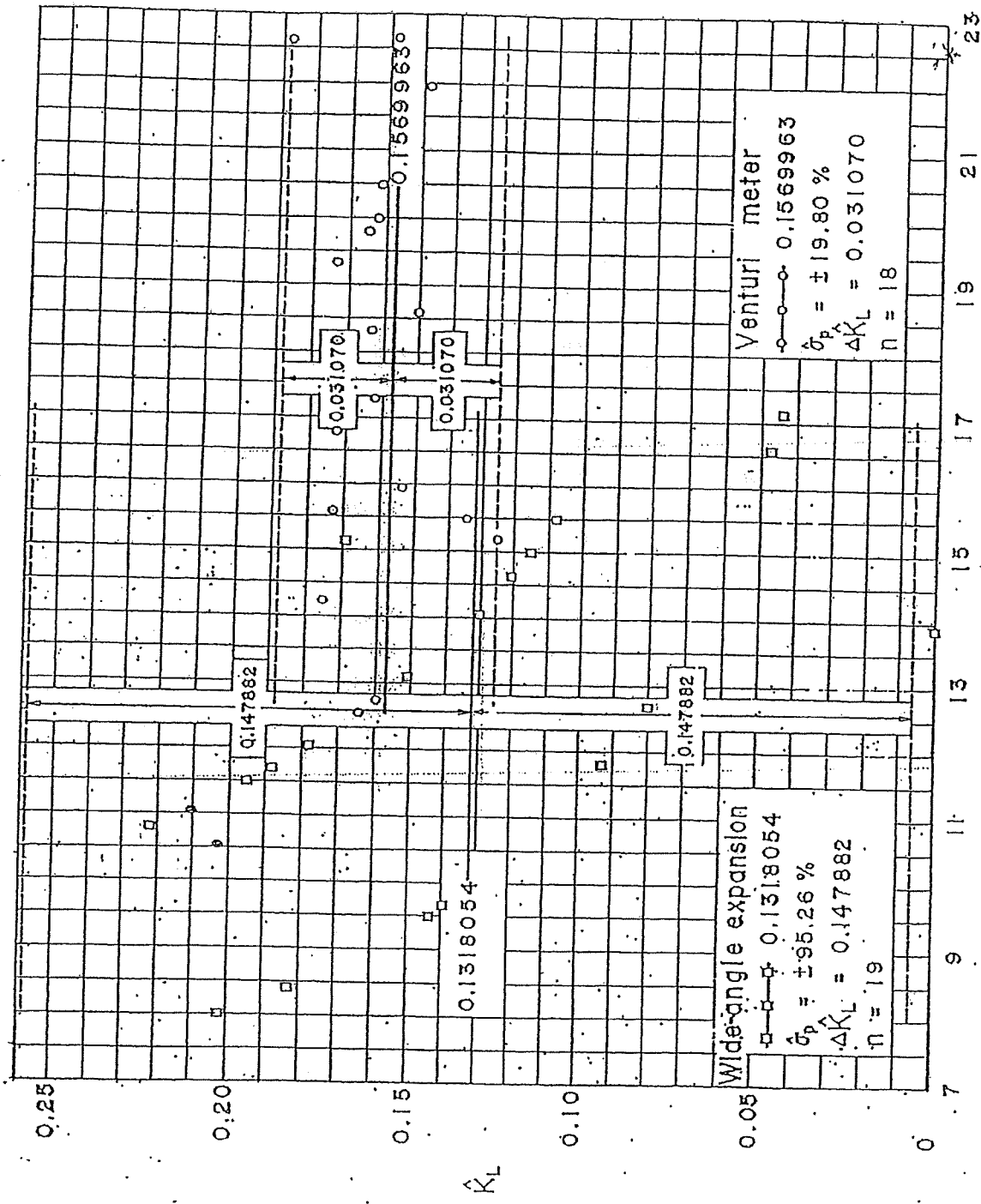


圖 17-8 廣角突增和文氏計之水頭損失係數

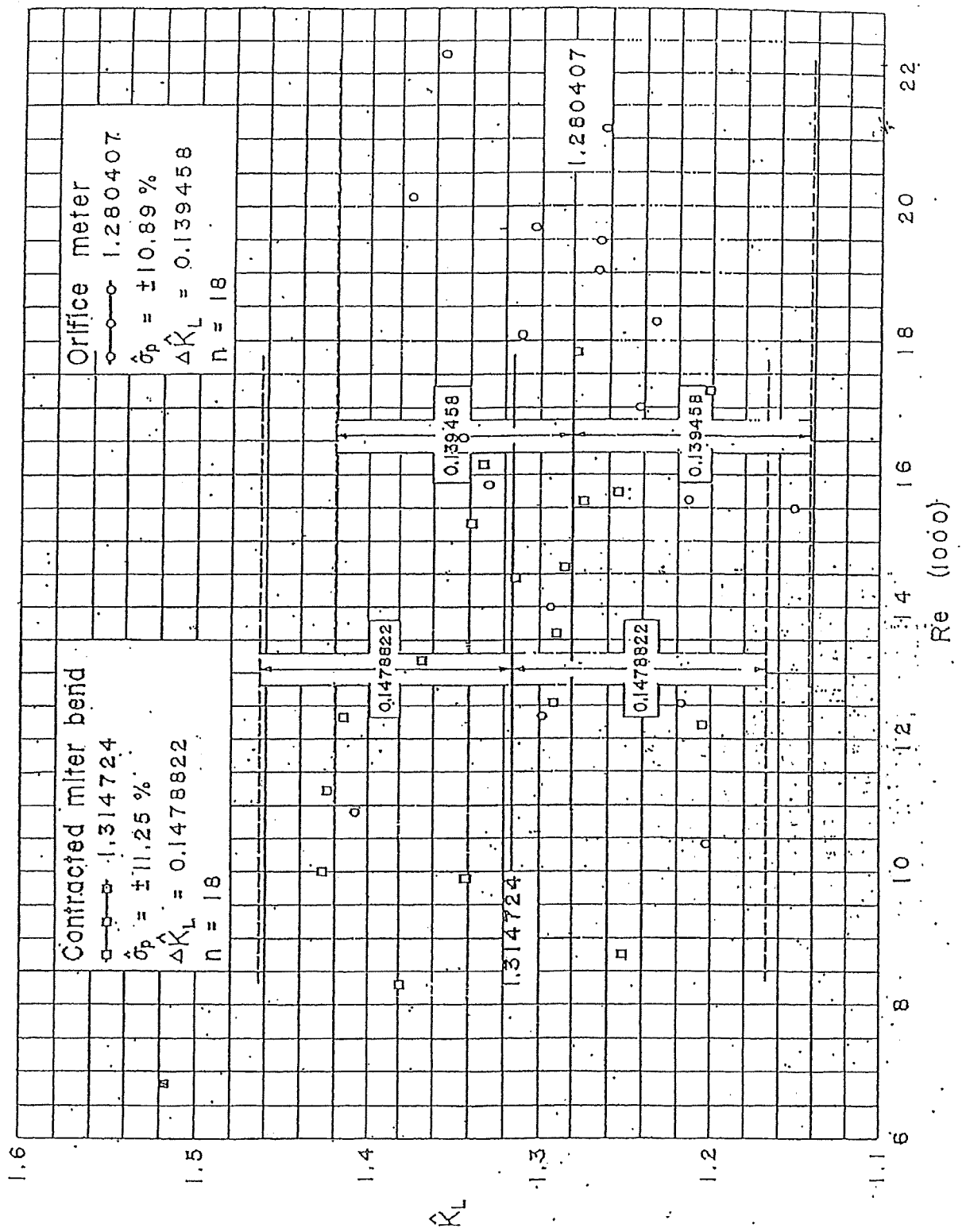


圖 17-9 收縮直角彎管和孔口計之水頭損失係數

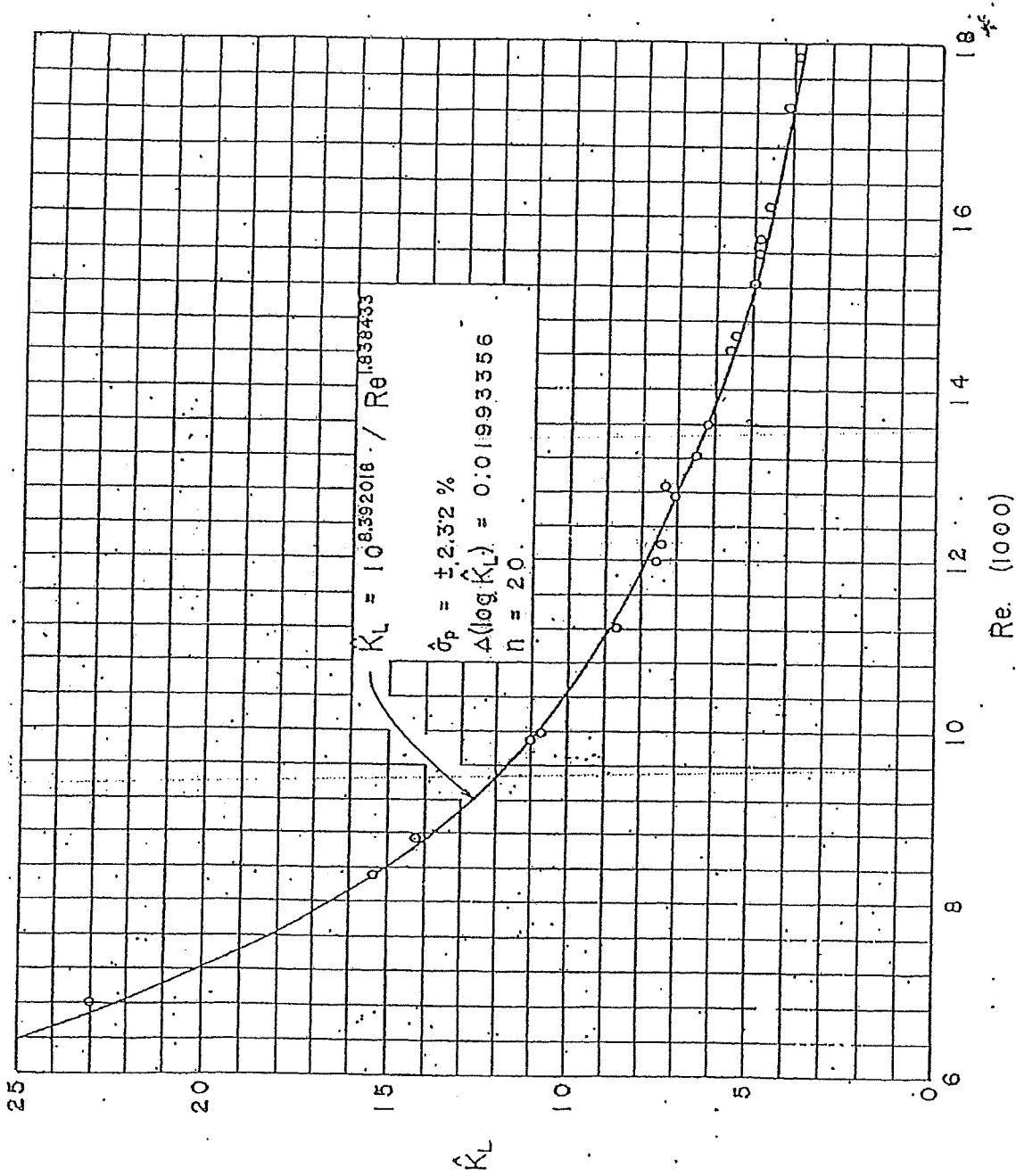


圖 17-10 羅托計之水頭損失係數 (直角座標)

表 17-6 檢查離羣讀數 (第三次檢查)

(1) 讀數編號	(2) $-20.54439 < \frac{\bar{y} - 0.1569663}{0.1569663} - 100 < 20.54439$
1	0.3611506
2	-5.92153
3	3.089313
4	3.028053
5	10.07071
6	3.759506
7	9.482855
8	-2.621221
9	11.54742
10	4.253799
11	-17.8023
14	1.608968
15	-20.05195
16	-14.24762
17	9.935074
18	3.39227
19	-4.608409
20	4.723951
12	29.12379
13	33.52455

兩條幾乎平行的曲線，可能由於操作的因素，故未進一步再分析。同樣的現象也出現於羅托計的水頭損失係數 K_L 上，若視為與雷諾數無關，則數據的精度偏差也高達百分之六十九（未示於圖 17-10 上）。如果水頭損失係數與雷諾數間的函數關係式假設為冪數型，則數據的精度偏差 σ_p 就下降了好多，減為 $\pm 2.32\%$ ，如圖 17-11 所示。這顯示羅托計的數據分佈傾向於水頭損失係數是受雷諾數的影響，而且其間的關係為冪數型。

五、問題與討論

(1) 依照表 17-1 與 17-2 的形式，列出原始實驗數據。

(2) 分析文氏管的流量公式，參閱式 (17-2)。數據計算如表 17-3 所示，仿照範例說明的計

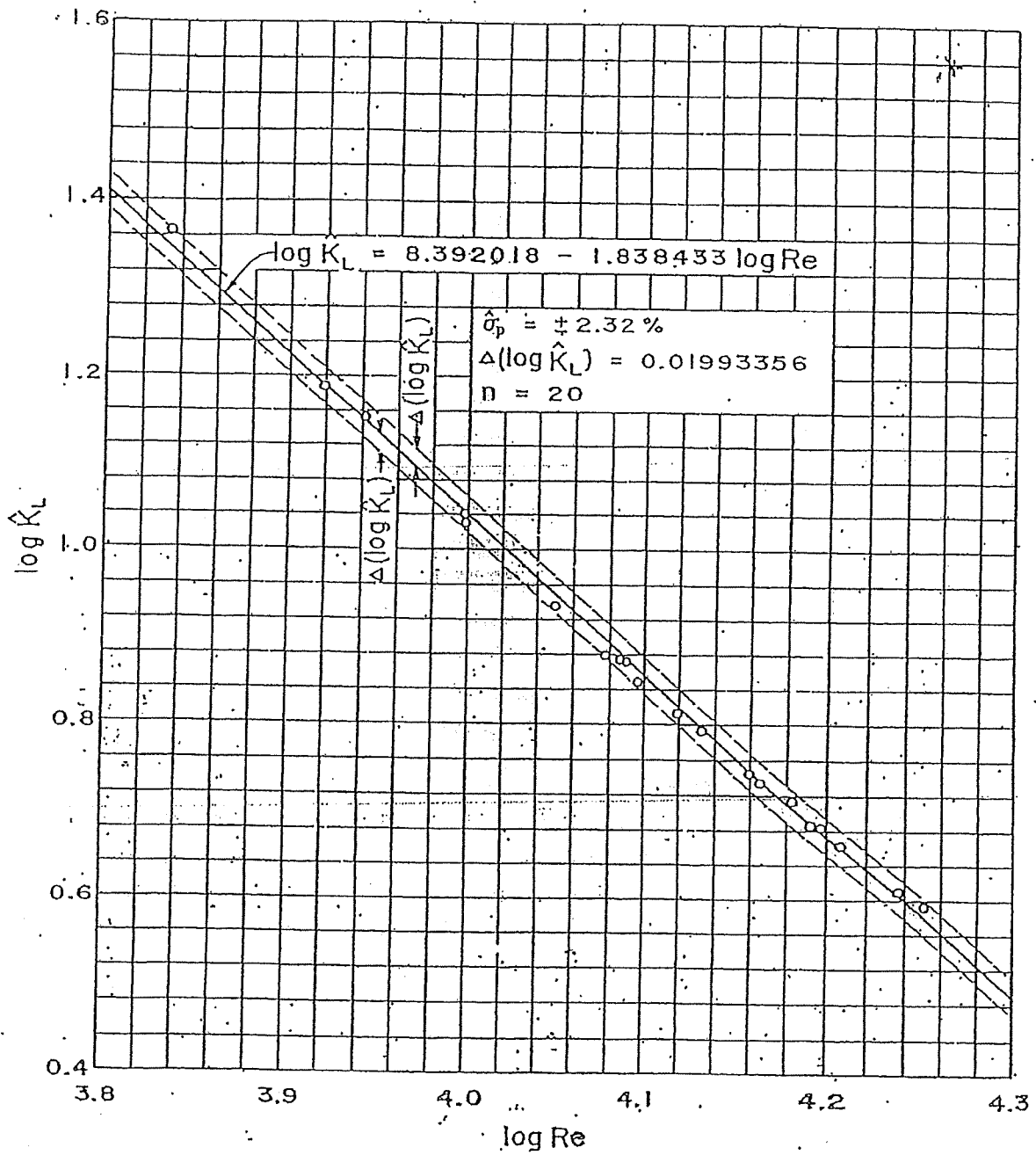


圖 17-11 羅托計之水頭損失係數 (全對數)

算程序，寫出各相關項的計算結果： n 、 $\Sigma \bar{y}$ 、 $\Sigma \bar{y}^2$ 、 Σx 、 Σx^2 、 $\Sigma x\bar{y}$ 、 \bar{y}_m 、 a 、 b 、 S^2 、 σ 、RCCRR、 d_{max} 。列表檢查離羣讀數如表 17-4 所示，直到不再出現離羣讀數為止，才能計算 t_{st} 、 σ_p 與 $|\bar{y}-a-bx|$ 的座落範圍。參照圖 17-5，於方格紙上，以 $\log((p_1-p_2)/\gamma)$ 為垂直座標軸，而以 $\log Q$ 與 $\log \bar{Q}$ 為水平座標軸，且以粗實線與細實線分別表示式 (17-2) (係數 C_n 以 0.78 計) 與所求得的迴歸線，並以空心與實心符號分別代表非離羣與離羣讀數，將實驗結果標示於圖上，最後以細虛線指出可信賴區間的上、下界。圖上須註明各直線 (實線) 的方程式，與精度偏差 σ_p ，傾向偏差 B_i 及總偏差 A_{cc} 等值，針對理論與實驗結果加以比較討論之。

(3) 參照題(2)的分析方法與計算步驟，分析孔口計的流量公式，分析結果之展示可參照圖 17-6。

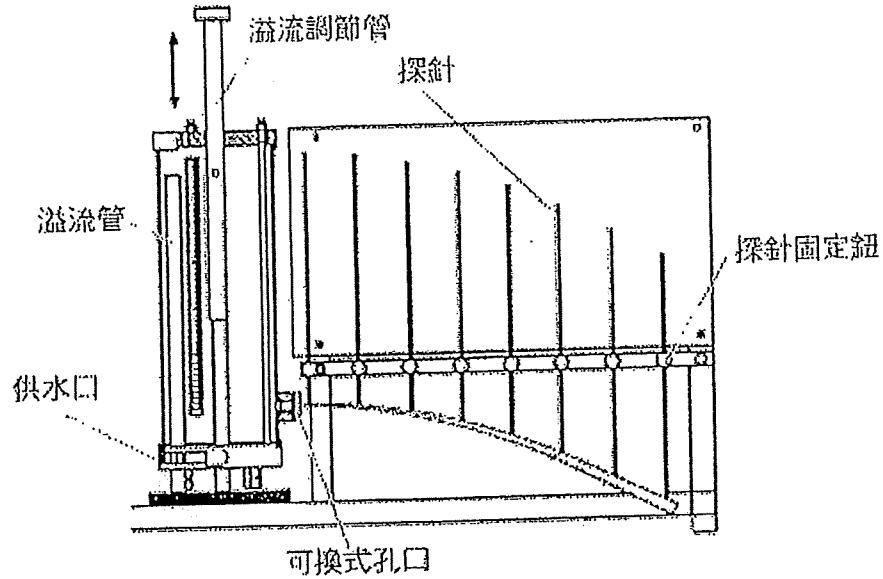
(4) 參照題(2)的分析方法與計算步驟，分析羅托計的流量公式。針對精度偏差的大小，吾人可判斷流量公式的函數關係形式以那一型式較為適當 (精度偏差愈小就代表為愈適當的形式)，目前以下列三種形式為例， $\bar{Q}=b \times \ell$ ， $\bar{Q}=a+b \times \ell$ ， $\bar{Q}=a \times \ell^b$ 。這三種函數關係型式的分析方法與計算步驟，都完全相似，可參照題(2)。唯一稍微改變的地方，就是分析流量公式 $\bar{Q}=b \times \ell$ 時，相關項少了 Σx 、 Σx^2 、 $\Sigma x\bar{y}$ 、未知數也少了 a ，同時座落的範圍不再指 $|\bar{y}-a-bx|$ 而是指 $|\bar{y}/\ell - b|$ 。分析結果的展示可參閱圖 17-7，圖上是以羅托計高度 ℓ 與流量 \bar{Q} 分別為垂直與水平座標軸，且以不同粗細的實線代表不同形式的迴歸線，再以空心與實心符號分別代表非離羣與離羣讀數，將實驗結果標示於圖上。圖上須註明各實線的方程式，精度偏差 σ_p ，讀數的個數及那些是離羣讀數 (以編號表示)、最大容許偏差 d_{max} 、可信賴區間的範圍 $\Delta \bar{y}$ 與因變數、平均值 \bar{y}_m 。

(5) 分析文氏管的水頭損失係數，數據計算如表 17-5 所示，仿照範例說明的計算程序，寫出各相關項的計算結果： n 、 $\Sigma \bar{y}$ 、 $\Sigma \bar{y}^2$ 、 \bar{y}_m 、 a 、 S^2 、 σ 、RCCRR、 d_{max} 列表檢查離羣讀數如表 17-6 所示，直到不再出現離羣讀數為止，計算 t_{st} 、 σ_p 、 $|\bar{y}-a|$ 的座落範圍。參照圖 17-8，於方格紙上以水頭損失係數 K_L 與雷諾數 Re 分別為垂直與水平座標軸，並以空心與實心符號分別代表非離羣與離羣讀數，將實驗結果標示於圖上，最後以細虛線指出可信賴區的上、下界。圖上須註明直線 (實線) 的方程式，與精度偏差 σ_p ，並討論之。

(6) 類似於題(5)的分析方法與計算步驟，分析廣角突增、孔口計、收縮直角彎管與羅托計等四種管路元件的水頭損失係數 K_L 。僅須展示分析結果，如圖 17-8，17-9，用不着寫出所有的計算細節，例如各相關項的值、表 17-5、表 17-6 等等。

(7) 題(5)與題(6)的數據分析是假設水頭損失係數 K_L 與雷諾數 Re 無關。如果精度偏差 σ_p 超過百分之五十，這表示水頭損失係數可能受雷諾數的影響。因此，進一步分析其間的關係是否為一般的線性型 $K_L=a+b \times Re$ 或冪數型 $K_L=a \times Re^b$ ，這完全視精度偏差 σ_p 的大小而定，愈小者代表愈傾向於所假設的型式。無須寫出計算細節，只須將分析結果展示於圖上，如圖 17-11 所示。

(二) 噴流軌跡試驗台



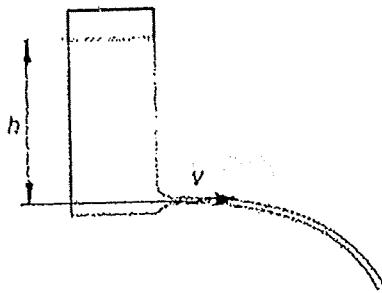
三、實驗原理

當裝滿水的水箱經由孔口噴流，噴流的水頭位能將轉換成動能。

若無能量損失，則

$$\frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \quad (1)$$

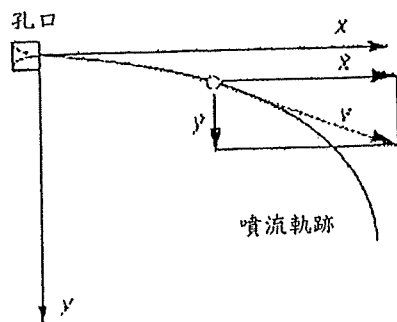
g : 重力加速度 h : 水頭高度



將方程式(1)轉換成 v

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad (2)$$

噴流切線速度 v 可分水平方向 \dot{x} ，與垂直方向 \dot{y} 。 \dot{x} 為固定值且與孔口處速度相等； \dot{y} 則受重力加速度影響。



$$\dot{x} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \quad (3)$$

$$\dot{y} = g \cdot t \quad (4)$$

對時間積分後可推算出噴流軌跡方程式

$$x = \dot{x} \cdot t \quad (5)$$

$$y = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \quad (6)$$

$$y(x) = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \frac{x^2}{\dot{x}^2} = \frac{1}{4} \cdot \frac{x^2}{h} \quad (\text{噴流軌跡方程式})$$

四、實驗步驟

1. 裝上出水孔口。
2. 打開電源開關，按下啟動鈕。
3. 調整流量，使水進入水箱。
4. 待水箱內水面高度穩定時，量測水頭高度 h 。
5. 調整探針，輕觸噴流軌跡頂端，測量探針高度。
6. 關閉水箱出水口，測量累積 10 公升水量所需時間。
7. 每種出水孔口紀錄 3 組數據。
8. 按下關閉鈕，更換出水孔口。
9. 重複步驟 2~8，共有 4 種孔口。
10. 關閉電源，排出水箱內所有水。

孔口類型：	水頭高度 h ：

(依實驗需求自行增加)

六、問題與討論

1. 分析不同孔口類型對噴流軌跡的影響。
2. 討論理論與實際噴流軌跡的誤差原因。